COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 OCTOBRE 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les fractions rationnelles que l'on peut extraire d'une fonction transcendante, et spécialement du rapport entre deux produits de factorielles réciproques; par* M. Augustin Cauchy.

« On sait que d'une fraction rationnelle quelconque on peut extraire une suite de fractions simples dont la somme augmentée, s'il y a lieu, d'une fonction entière de la variable, reproduit la fraction rationnelle donnée. On sait encore que, *dans son Introduction à l'Analyse des infiniment petits*, Euler a décomposé en fractions simples quelques fonctions transcendantes, entre autres la cotangente d'un arc variable, et que les formules du calcul des résidus fournissent une multitude de semblables décompositions. Les fractions simples, dont il s'agit ici, ont pour dénominateurs les facteurs linéaires, non de la fonction proposée, mais de sa réciproque, c'est-à-dire du rapport qu'on obtient en divisant l'unité par cette fonction, et les carrés, les cubes, etc., de ces facteurs, lorsque la fonction réciproque, égalée à zéro, produit une équation qui offre des racines doubles, triples, etc. Quant aux numérateurs des fractions simples, on les suppose généralement réduits à des constantes,

mais cette réduction peut avoir des inconvénients que nous allons signaler.

» Concevons qu'une fonction transcendante donnée, étant multipliée par un facteur linéaire de sa réciproque, ou par le carré, le cube de ce facteur, s celui-ci devient double, triple, etc., le produit ainsi obtenu acquière toujours une valeur finie pour une valeur nulle de ce facteur linéaire. On pourra généralement extraire de la fonction transcendante une suite de fractions simples dont les numérateurs seront constants; et si ces fractions simples forment une série convergente, alors, en retranchant leur somme de la fonction transcendante, on obtiendra pour reste une fonction nouvelle qui aura la propriété de ne jamais devenir infinie pour aucune valeur finie de la variable. Cette propriété remarquable entraînera une foule de conséquences utiles. Ainsi, par exemple, en y ayant égard, on conclura de notre théorème sur la convergence des séries, que la fonction nouvelle sera généralement développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes et entières de la variable.

» Mais la condition ci-dessus énoncée peut n'être pas remplie; en d'autres termes, il peut arriver que la série formée par les fractions simples soit divergente, et alors il importe de remplacer cette série, s'il est possible, par une série convergente. Or, dans un grand nombre de cas, on parviendra effectivement à ce but, en substituant aux numérateurs constants des fractions simples, des numérateurs variables, ainsi que nous allons l'expliquer.

» Supposons, pour fixer les idées, que toutes les racines de l'équation qu'on obtient, en égalant à zéro la réciproque de la fonction donnée, soient des racines simples, et considérons la fraction simple qui a pour dénominateur le facteur linéaire correspondant à l'une de ces racines. Le numérateur constant de cette fraction simple sera la valeur qu'acquiert le produit de la fonction donnée par le même facteur linéaire, quand celui-ci s'évanouit. Or, concevons que l'on multiplie ce numérateur constant par une fonction auxiliaire, savoir, par une fonction entière ou même transcendante, qui se réduise à l'unité quand le facteur linéaire s'évanouit, et qui ne devienne jamais infinie pour aucune valeur finie de la variable. La fraction simple que l'on considérait se trouvera remplacée par une autre dont le numérateur ne sera plus constant; et l'on pourra généralement choisir la fonction auxiliaire, de telle sorte que la nouvelle fraction et les fractions simples de même espèce, correspondantes aux divers facteurs linéaires, forment une série convergente. D'ailleurs, cette condition étant remplie, la somme des fractions simples, retranchée de la fonction proposée, donnera pour reste une fonction nouvelle qui aura la propriété de ne jamais devenir infinie pour une valeur finie de la variable, et

qui, par suite, sera généralement développable en une série convergente, ordonnée suivant les puissances ascendantes et entières de cette variable. Ajoutons que la somme des diverses fractions simples pourra être facilement exprimée, à l'aide des notations du calcul des résidus, par une formule qui s'étendra au cas même où la réciproque de la fonction transcendante donnée offrirait des facteurs doubles, triples, etc., c'est-à-dire au cas où des racines multiples vérifieraient l'équation qu'on obtient quand on égale cette réciproque à zéro.

» Si la fonction transcendante donnée devenait infinie, 1° pour une valeur nulle de la variable, 2° pour d'autres valeurs finies de la même variable, sans qu'il fût possible d'en extraire une ou plusieurs fractions simples correspondantes à la valeur nulle; on pourrait encore extraire de la fonction transcendante des fractions simples correspondantes aux autres valeurs finies de la variable, et même, en opérant comme on l'a dit, faire en sorte que ces fractions simples formassent une série convergente. Alors la différence entre la fonction transcendante et la somme des fractions simples serait une fonction nouvelle qui ne deviendrait jamais infinie pour des valeurs finies de la variable, distinctes de la valeur zéro. Par suite, en vertu de l'extension donnée par M. Laurent au théorème sur la convergence des séries, la nouvelle fonction serait généralement développable en une série convergente ordonnée, non plus suivant les puissances ascendantes, mais du moins suivant les puissances entières, positives, nulle et négatives de la variable.

» Les principes que nous venons d'exposer s'appliquent avec la plus grande facilité au développement du rapport entre deux produits de factorielles géométriques, ou même de factorielles réciproques. On arrive alors aux propositions suivantes :

» *Premier théorème.* Le rapport entre deux produits de factorielles géométriques dont la raison est la même, et dont les bases sont proportionnelles, peut se décomposer en deux parties, dont l'une est la somme de fractions simples qui forment une série convergente, tandis que l'autre partie est la somme d'une série convergente ordonnée suivant les puissances entières et ascendantes de l'une des bases. La première partie disparaît lorsque le dénominateur du rapport est remplacé par l'unité ; et la seconde, quand ce dénominateur renferme plus de factorielles que le numérateur.

» *Deuxième théorème.* Le rapport entre deux produits de factorielles réciproques dont la raison est la même, et dont les bases sont proportionnelles, peut se décomposer en deux parties, dont l'une est la somme de fractions simples qui forment une série convergente, tandis que l'autre partie est la somme

d'une série convergente ordonnée suivant les puissances entières positives, nulle et négatives de l'une des bases. La première partie disparaît lorsque le dénominateur du rapport est remplacé par l'unité ; et la seconde partie, quand ce dénominateur renferme plus de factorielles que le numérateur. Ajoutons que cette seconde partie est toujours représentée par une somme de factorielles réciproques.

ANALYSE.

» Soit $f(x)$ une fonction transcendante, qui reste toujours continue entre deux valeurs de x propres à vérifier l'équation

$$(1) \qquad \frac{1}{f(x)} = 0,$$

et qui soit telle qu'à une pareille valeur de x, corresponde toujours un résidu fini et déterminé de $f(x)$. Si les divers résidus partiels, dont la somme est représentée par l'expression

$$(2) \qquad \mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z},$$

forment une série convergente, alors, en posant

$$(3) \qquad f(x) - \mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z} = \mathrm{F}(x),$$

on obtiendra pour $\mathrm{F}(x)$ une fonction nouvelle qui ne deviendra plus infinie pour aucune valeur finie de la variable x. Par suite, la nouvelle fonction $\mathrm{F}(x)$, qui, ajoutée à l'expression

$$\mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z},$$

reproduira la fonction donnée $f(x)$, sera généralement développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes et entières de x.

» Soit maintenant

$$\psi(x)$$

une fonction de x qui reste finie pour une valeur finie quelconque de x, et qui, de plus, vérifie la condition

$$(4) \qquad \psi(1) = 0:$$

la nouvelle fonction $\mathrm{F}(x)$ jouira encore des propriétés énoncées, si l'on pose

$$f(x) - \mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z}\psi\left(\frac{z}{x}\right) = F(x). \tag{5}$$

Cette dernière formule suppose la fonction $\psi(x)$ choisie de manière que les résidus dont la somme est représentée par l'expression

$$\mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z}\psi\left(\frac{z}{x}\right) \tag{6}$$

forment une série convergente.

» Si la fonction $f(x)$ devient infinie pour une valeur nulle de x, sans qu'il soit possible d'en extraire un résidu correspondant à $x = 0$, et si l'on évite de comprendre zéro parmi les valeurs de z auxquelles se rapporte le signe $\mathcal{E}$ dans l'expression (2) ou (6), la fonction $F(x)$ déterminée par l'équation (3) ou (4) ne deviendra jamais infinie pour des valeurs finies de x distinctes de zéro; et, par suite, cette fonction sera généralement développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances entières positives, nulle et négatives de la variable x.

» Nous donnerons, dans un autre article, l'application de ces formules générales au développement de diverses fonctions, et spécialement au développement du rapport entre deux produits de factorielles. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Remarques sur la production de la cire; par* M. MILNE EDWARDS.

« Dans la discussion qui s'est élevée à la suite d'une lecture que j'ai eu l'honneur de faire devant l'Académie le 18 septembre dernier, j'ai été conduit à parler de la manière dont M. Liebig explique la formation de la graisse dans l'économie animale, et j'ai attribué à ce savant une opinion qu'il désavoue. Il vient de m'écrire à ce sujet, et je crois ne pouvoir mieux faire connaître sa réclamation qu'en communiquant à l'Académie les passages de sa Lettre relatifs à cette question.

« Permettez-moi, dit M. Liebig, de réclamer de votre impartialité la rec-
» tification d'une phrase qui, dans la séance du 18 septembre, vous est échap-
» pée relativement à une opinion sur la formation de la graisse chez les ani-
» maux, que je n'ai jamais professée. Vous avez dit (page 545): *ainsi rien*
» *dans la science ne me paraît autoriser à croire avec M. Liebig que la fibrine*
» *peut devenir de la graisse.* Je me suis donné de la peine pour trouver dans
» mon livre l'origine de l'opinion qu'on m'a prêtée, car toute personne non
» prévenue y trouvera, de la page 88 à 103, que je me suis efforcé d'établir

» que les substances non azotées de l'organisme doivent leur origine aux ma- » tières non azotées des aliments (*voyez* page 91). « *De même que le raison-* » *nement, d'accord avec l'expérience, nous avait conduit à établir un rap-* » *port nécessaire entre les aliments azotés des plantes et les principes azotés* » *du sang et des tissus, de même aussi nous devons admettre une relation* » *non moins intime entre les substances alimentaires non azotées des plantes* » *et les parties non azotées de l'organisme animal. Comparons en effet la* » *composition des sucres et de la fécule avec celle de la graisse, etc.* » Ayant » montré que le sucre et l'amidon contenaient les mêmes proportions de car- » bone et d'hydrogène que les graisses, et n'en différaient que par une plus » grande proportion d'oxygène, j'en ai conclu que la graisse se forme du » sucre et de l'amidon, etc., par une élimination d'oxygène qui se sépare du » corps de l'animal sous forme d'acide carbonique ou d'eau. Pour me rendre » plus clair sur ce que j'entendais par une élimination d'oxygène, j'ai montré, » page 100, que la fermentation ou « la scission d'un corps en acide carbo- » nique et en une matière pauvre en oxygène, donne le même résultat que » l'élimination de l'oxygène d'une substance et la combustion d'une partie de » cette substance aux dépens de l'oxygène éliminé. » Vous trouverez en outre, » page 102, que les principes sanguins (azotés), leur étant offerts en excès, » se transforment en chair et tissus; la fécule et les autres substances non » azotées se convertissent en graisses. Il est certaines maladies où les sub- » stances féculentes ne subissent pas la transformation qui les rend propres à » entretenir la respiration ou à se convertir en graisse, comme dans le dia- » betès mellitique, etc. Enfin j'ai dit, page 93: Quelle que soit l'idée qu'on se » forme de la production des matières grasses dans l'organisme (la mienne » étant clairement établie), il est certain.... « Il faut nécessairement en con- » clure que les aliments consommés par eux cèdent une certaine quantité » d'oxygène, car autrement aucun principe de ces aliments ne pourrait de- » venir corps gras. » J'ai donné ensuite les formules des matières azotées qui, » comparées aux corps gras, renferment pour la même proportion de car- » bone plus d'oxygène, et il est clair, disais-je, que, même en admettant la » formation de la graisse, de la fibrine, albumine, etc., elle ne pourrait se » faire sans une élimination d'oxygène. Ma proposition générale était que » tout dépôt de carbone (de graisse, par exemple) dans le corps animal dé- » pendait d'une disproportion entre l'oxygène et le carbone ingérés, ce que » personne ne pourra mettre en doute. »

» C'est avec empressement que je communique à l'Académie la réclamation de M. Liebig; mais, afin de ne pas être taxé de légèreté, je crois devoir

citer aussi quelques-uns des passages de l'ouvrage de ce savant, par la lecture desquels j'avais été conduit à lui attribuer l'opinion qu'il répudie.

» Si j'ai dit que, suivant M. Liebig, la graisse pouvait naître d'une matière azotée, c'est parce que :

» A la page 164 de son livre, je lisais : « Lorsque cet alcali (la soude)
» manque, la mutation des combinaisons protéiques *n'engendrera que de*
» *la graisse* et de l'urée. Prenons la formule empirique de la graisse, elle
» est représentée par $C_{11}H_{20}O$; en ajoutant aux éléments de la protéine les
» éléments de l'eau ainsi que de l'oxygène, nous aurons les éléments de la
» graisse, de l'acide carbonique et de l'urée. »

» A la page 102, j'avais trouvé aussi que : « Lorsque les animaux *engrais-*
» *sent aux dépens d'aliments azotés*, certaines parties seulement de leur
» corps augmentent de volume, etc. »

» A la page 94, la possibilité de la transformation de la fibrine en graisse me semblait indiquée d'une manière non moins évidente lorsque M. Liebig dit : « Mais, puisque le carbone des principes gras formés dans l'organisme
» dérive des aliments, attendu qu'il n'existe aucune autre source pour les lui
» fournir, il est clair, si ces principes proviennent de l'albumine, de la fibrine
» et de la caséine, que, pour chaque quantité de 120 équivalents de carbone
» déposée à l'état de graisse, les substances alimentaires devront céder 26
» équivalents d'oxygène; si les principes gras se forment de l'amidon, celui-
» ci cédera 90 équivalents d'oxygène, etc... Ainsi, *peu importe que la graisse*
» *résulte de la décomposition de l'albumine et de la fibrine*, c'est-à-dire des
» principes du sang, ou de celle de l'amidon, du sucre ou de la gomme, cette
» décomposition est nécessairement toujours accompagnée d'une élimination
» d'oxygène. »

» D'après ces passages, je devais nécessairement croire que M. Liebig admettait la possibilité de la formation de la graisse par la désoxydation de la fibrine, aussi bien que par des modifications analogues effectuées dans la constitution de l'amidon ou du sucre, et j'avouerai que même aujourd'hui je ne sais comment les interpréter autrement.

» Je demanderai également la permission d'arrêter pendant quelques instants l'attention de l'Académie sur une question soulevée dernièrement par un de ses plus zélés correspondants, M. Léon Dufour (1). Je n'examinerai ici,

---

(1) Note anatomique sur la question de la production de la cire des Abeilles. (*Comptes rendus*, t. XVII, p. 809.)

ni quant au fond, ni quant à la forme, la critique que cet habile entomologiste a cru devoir faire de la phrase dans laquelle j'avais rappelé les observations anatomiques de Hunter et de Huber sur l'appareil cirier des Abeilles, car la science trouve rarement à gagner dans des discussions de ce genre et l'amitié en souffre toujours; mais je crois nécessaire de rétablir quelques faits anatomiques tels que je les conçois.

» Suivant M. Dufour, les parties signalées par Hunter et par Huber comme étant le siége de la sécrétion de la cire n'offriraient aucune particularité, si ce n'est une teinte blanchâtre par laquelle ces observateurs s'en seraient laissé imposer (1), et il n'y aurait absolument *rien* entre les téguments cornés de la face inférieure de l'abdomen de l'Abeille et les muscles sous-cutanés correspondants (2). Les résultats de mes dissections ne s'accordent pas avec ceux présentés par mon savant ami et ne me permettent pas d'abandonner les opinions des deux naturalistes célèbres dont je viens de citer les noms. Voici, du reste, ce que j'ai vu :

» En examinant la face inférieure de l'abdomen d'une Abeille ouvrière, on n'y aperçoit d'abord que les plaques cornées et poilues qui s'y recouvrent mutuellement, et qui constituent une sorte de cuirasse; mais lorsqu'avec la pointe d'une aiguille on soulève ces écailles, on trouve ordinairement au-dessous d'elles deux séries de petites lamelles de cire blanche d'une délicatesse extrême. Ces lamelles sont logées dans des poches très-profondes, et ce sont ces poches interannulaires, s'ouvrant en arrière par une fente étroite, qui ont été considérées comme des organes sécréteurs. La paroi inférieure de chacune d'elles est formée, en arrière, par une bande cornée, et en avant par la membrane interarticulaire qui s'étend de cette bande jusqu'au bord antérieur de l'anneau suivant, et qui, à raison de sa flexibilité, permet le jeu de ces parties mobiles l'une sur l'autre. La paroi supérieure est formée par un prolongement de l'arceau sternal du segment suivant, dans lequel on peut distinguer trois parties, savoir : 1° une bande cornée, transversale et garnie de poils plumeux qui dépasse, en arrière, l'anneau précédent, et qui, par conséquent, se montre toujours à découvert; 2° une bordure également cornée, mais très-étroite, qui, courbée en arc, se réunit de chaque côté à la bande postérieure et y est fixée aussi sur la ligne médiane par un prolongement corné longitudinal, de façon à offrir à peu près la forme d'une arbalète;

(1) *Comptes rendus,* t. XVII, p. 812.
(2) *Comptes rendus,* t. XVII, p. 811.

3° enfin, deux espaces transparents qui se trouvent encadrés dans les parties cornées dont il vient d'être question et qui pourraient être comparés à des tambours de basque, si ce n'est que leur forme est presque ovalaire. Les lamelles de cire se trouvent appliquées sur ces deux aires et semblent s'y mouler, car elles en ont toujours la forme. La disposition générale de ces parties a été assez bien figurée par Huber, et les espaces transparents, que l'on peut appeler les *aires cirières*, ont été considérés comme étant la voie par laquelle la cire s'échappe de l'intérieur du corps de l'Abeille. Leur couleur n'est pas la même que celle des parties voisines, mais ce caractère n'est pas le seul qui les distingue; la lame cutanée qui les constitue est d'une grande délicatesse, et sa structure intime est très-différente de celle de l'espèce de cadre corné formée par le reste de l'arceau. Effectivement, à l'aide du microscope on voit que celui-ci, de même que les autres parties du squelette tégumentaire de l'insecte, se compose de grosses cellules irrégulières, rigides, aplaties et soudées entre elles, tandis que l'aire cirière est constituée par un tissu membraniforme très-finement granulé et étendu en une lame continue fort mince. Enfin, entre la face interne de cette aire et les muscles sous-cutanés ventraux, là où, suivant M. Dufour, il n'y aurait absolument rien, se trouve une masse utriculaire offrant tous les caractères d'un tissu graisseux et recevant un nombre immense de ramifications trachéennes; les espèces de pelotes ainsi formées se prolongent latéralement de façon à gagner l'arceau dorsal, mais elles sont bien nettement séparées entre elles et ne me paraissent avoir aucune connexion avec le tissu adipeux splanchnique qui se trouve au-dessus des muscles sous-cutanés ventraux et du système nerveux, et qui, à raison de sa position, me paraît être ce que M. Dufour compare à un *édredon* organique.

» Pour apprécier le rôle des diverses parties dont il vient d'être question, on ne peut, ce me semble, mieux faire que de les comparer à ce qui existe chez d'autres Abeilles auxquelles la nature a refusé la faculté de produire de la cire, les individus mâles par exemple. Là, en effet, la paroi inférieure de l'abdomen présente une disposition très-différente. La portion des arceaux ventraux qui, chez l'ouvrière, est occupée par les aires cirières, n'offre que peu détendue, et au lieu d'avoir une texture particulière, ressemble exactement aux parties cornées circonvoisines; les replis cutanés interannulaires n'ont que les dimensions nécessaires à leur jeu comme organes du mouvement; enfin, je n'ai pu découvrir entre les téguments et les muscles ventraux aucune trace de ce tissu utriculaire sous-cutané qui chez l'ouvrière repose immédiatement sur les aires cirières, et y acquiert un développement si remarquable.

» Il me paraît donc évident que les poches cutanées sous-abdominales sont bien l'appareil sécréteur de la cire, et tout me porte à croire que cette matière élaborée dans les utricules sous-cutanées *transsude* ou *suinte* (comme je l'avais déjà dit) à travers les lames minces qui constituent les aires cirières, et qui séparent ces glandules des réservoirs situés au-dessous et formés par les poches interannulaires. La disposition de cet appareil offre, il est vrai, moins de complication que dans la plupart des organes sécréteurs; mais je ne vois aucune raison légitime pour lui refuser le nom d'*appareil glandulaire*. Ce serait en effet donner à ces mots une acception beaucoup trop restreinte que de vouloir ne les appliquer qu'à des instruments de sécrétion constitués à la manière du foie ou des glandes rénales, c'est-à-dire pourvus de vaisseaux sécréteurs, d'un réservoir et de canaux excréteurs; la conformation tubulaire de ces organes ne me semble être destinée qu'à multiplier considérablement l'étendue de la surface sécrétante sous un petit volume, et la seule condition organique pour l'exercice de la faculté de sécréter paraît être l'existence d'un tissu utriculaire turgide, condition que nous avons rencontrée dans l'appareil cirier de l'Abeille. L'absence d'un conduit excréteur ou de pores visibles, pour le passage de la cire de l'intérieur jusque dans le réservoir interannulaire, ne peut être considérée comme une raison suffisante pour motiver le rejet de l'opinion professée par Hunter et par Huber, qui, lui-même, avait parfaitement bien constaté cette particularité. En effet, une disposition analogue se rencontre dans un grand nombre de glandes simples, qui chez les animaux supérieurs ont été désignées sous le nom spécial de *cryptes;* et d'ailleurs ce serait, je crois, attribuer à la forme secondaire des organes une importance physiologique beaucoup trop grande que de la croire essentielle à l'exercice d'une fonction. La nature arrive souvent à un même résultat par des voies bien différentes, et pour les sécrétions surtout, rien n'est plus variable que la conformation générale des instruments destinés à servir, chez divers animaux, à la production de matières analogues. La faible influence de ces formes secondaires est aussi rendue manifeste par les états pathologiques de l'économie dans lesquels on voit souvent les produits d'une glande changer de caractère, sans que l'organe ait subi dans sa conformation aucune modification appréciable. Je ne pourrais, sans abuser des moments de l'Académie, citer des exemples à l'appui de cette proposition; mais l'anatomie comparée en fournirait facilement la démonstration; et, pour étayer mon opinion, il me suffirait même des faits mis en lumière par les belles recherches de M. Léon Dufour sur l'organisation viscérale des insectes.

» D'après les détails dans lesquels j'ai cru devoir entrer, on voit que mes dissections n'ont fait que confirmer les résultats obtenus précédemment par Hunter et par Huber: elles ne feront faire à l'entomologie aucun progrès, mais elles contribueront, je l'espère, à faire rendre justice à ces deux grands naturalistes, qui étaient l'un et l'autre si habiles dans l'art d'observer, et qui tous deux méritent à un si haut degré le respect des amis de la science. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Notes sur l'embryogénie des* Pinus laricio *et* sylvestris, *des* Thuya orientalis *et* occidentalis *et du* Taxus baccata; *par* MM. DE MIRBEL *et* SPACH.

« Le 6 octobre 1810, un Mémoire ayant pour objet de prouver l'insuffisance de la division des végétaux phanérogames en *endorhizes* et *exorhizes*, fut présenté à l'Académie des Sciences. L'auteur avait analysé comparativement des graines mûres de mêmes espèces, les unes au repos, les autres en germination. Parmi les premières se trouvaient celles du *Cycas circinalis* et du *Zamia spiralis.* Aucun botaniste au courant des progrès de la science n'ignorait alors que chez le *Zamia* et le *Cycas* l'embryon est placé comme un axe dans toute la longueur d'un épais périsperme, qu'il est renversé, qu'il a deux cotylédons, que sa radicule aboutit à très-courte distance du sommet de l'ovule. Mais ce que l'on ne savait pas encore, c'est que chez le *Cycas* cette radicule se termine par un cordon grêle, tubulé, long de 12 à 14 centimètres, lequel est replié et comme pelotonné sur lui-même; que ce cordon est le suspenseur par l'intermédiaire duquel s'établissent les relations de l'organe mâle avec l'ovule naissant; qu'entre la radicule et le sommet de l'ovule il existe une cavité creusée dans l'épaisseur du périsperme, que là se trouvent quatre ou cinq utricules ovoïdes se terminant chacune par un cordon tubulé replié sur lui-même et d'une longueur notable, quoique beaucoup moindre que celle du cordon de l'embryon central. Que devait-on penser de ces utricules et de leurs cordons? Aucun fait de cette nature n'avait été signalé jusqu'alors. L'auteur se crut en droit de les considérer comme des embryons avortés. Le temps et l'observation ont confirmé ce jugement.

» Les faits que nous venons de rapporter ne furent observés que sur le *Cycas*. Le mauvais état du fruit du *Zamia* et quelques accidents de dissection ne permirent pas de poursuivre ces recherches aussi loin qu'on l'aurait désiré; mais ce qu'on a vu porte à croire qu'il y a une grande ressemblance entre le *Zamia* et le *Cycas*.

» A cette époque M. R. Brown, de retour de la Nouvelle-Hollande, com-

mençait sa glorieuse carrière par la publication du prodrome de la flore de ces contrées antarctiques. Il n'avait pas laissé échapper l'occasion d'observer les caractères les plus saillants de la floraison des *Cycadées*, et sa sagacité précoce l'avait éclairé sur les affinités qui rattachent ce groupe à la famille des *Conifères*. Mais la pluralité des embryons et l'avortement constant de tous, moins un, ne fut constaté par lui qu'en 1835, époque à laquelle il publia une Note contenant ses belles observations sur la pluralité des embryons des *Conifères* (1). Le nom de l'auteur était pour M. Spach et moi une garantie de l'excellence de ce travail, et, toutefois, en 1840, 41 et 42, nous cédâmes à la tentation de vérifier les faits sur la nature elle-même.

» Il n'y a pas un mot qui ne soit parfaitement exact dans la Note de

---

(1) Nous croyons devoir joindre ici la traduction de la Note de M. R. Brown. Toutes les recherches que nous avons faites pour nous procurer d'autres renseignements sur les observations plus récentes de notre savant confrère ont été vaines; mais nous sommes certains qu'il existe une autre Note imprimée et publiée, puisque M. R. Brown lui-même nous l'a dit.

Note de M. R. Brown sur la pluralité et le développement des embryons des Conifères (*On the plurality and development of Embryos, in the seeds of Coniferæ*), 1835.

(*Fourth report of the british association for the advancement of Science*, p. 596.)

« Les premières observations faites à ce sujet par l'auteur datent de l'été de 1826, peu » après la publication de ses remarques sur la fleur femelle des Cycadées et des Conifères. » Il trouva que dans plusieurs Conifères (à savoir le *Pinus strobus*, l'*Abies excelsa* et le » *Larix europæa*), la pluralité des embryons dans l'ovule fécondé est également constante, et » que leur disposition dans le périsperme est aussi régulière que dans les Cycadées; des ob- » servations de même nature, faites par lui durant l'été de 1834, sur plusieurs autres espèces » (notamment le *Pinus sylvestris* et le *Pinus pinaster*), rendent très-probable que la même » structure se retrouve dans toute la famille.

» Le premier changement qui se manifeste après la fécondation, dans l'ovule des Conifères, » est la production ou la séparation d'un corps solide dans l'intérieur du nucelle (*within the* » *original nucleus*).

» Dans ce corps interne ou *albumen* se montrent bientôt plusieurs *corpuscules* subcylin- » driques, de couleur et de consistance un peu différentes de celles de la masse de l'albumen; » ces corpuscules sont placés près du sommet de l'albumen et disposés en une rangée cir- » culaire.

» Dans chacun de ces corpuscules, qui sont au nombre de trois à six, naît un seul filet ou » *funiculus*, composé de plusieurs cellules ou vaisseaux allongés (en général quatre), avec ou » sans cloisons transverses. Les funicules sont assez fréquemment ramifiés, et chaque branche » ou division se termine en un petit rudiment d'embryon. Mais comme les branches latérales des funicules sont constituées habituellement par un seul vaisseau ou cellule allongée, tandis que la branche principale ou terminale est en général composée de plus d'un vaisseau,

M. Brown. C'est à quoi nous nous étions attendu ; mais il nous a paru que de plus amples développements ne nuiraient pas au mérite dé ses recherches. Nous allons donc tâcher de les compléter. Pour y parvenir, nous prenons des cônes très-jeunes, tels qu'on les trouve au commencement du mois de mai. A cette époque, sur la face interne de chaque écaille, et tout près de son point d'attache, sont soudées dans leur longueur deux fleurs femelles, l'une à droite, l'autre à gauche de la ligne médiane. L'une et l'autre fleur sont renversées et disposées de telle sorte qne leur sommet aboutit à l'axe du cône. Ces fleurs sont assurément des plus simples qu'on connaisse : elles se composent d'un nucelle conique contenu dans un ovaire béant.

» Deux ou trois semaines de plus amènent des modifications notables dans cet organisme. Le nucelle cesse d'être un tissu parfaitement homogène. Grâce à sa transparence, nous voyons nettement à son centre une vessie globuleuse, dans l'intérieur de laquelle paraissent les indices non équivoques d'un tissu naissant. La vessie s'élargit, et plus elle prend d'ampleur, plus aussi s'amoindrit la masse du tissu du nucelle, lequel finit par être résorbé en totalité, sans qu'on puisse dire avec certitude ce que sont devenus les éléments organiques qui le constituaient. Alors la vessie, qui n'est autre que le sac embryonnaire, s'empare de tout l'espace qu'occupait le nucelle, s'attache par sa partie inférieure à la paroi de l'ovaire, et force est de reconnaître que le tissu que nous avons vu naître et se consolider dans ce sac, n'est autre que le périsperme, qui, plus tard, transformé, par suite de la germination, en une émulsion laiteuse, offrira à l'embryon un aliment approprié à sa faiblesse.

» Passons maintenant à une autre série de faits. Dans l'intérieur du périsperme, tout près de son sommet, apparaissent plusieurs vésicules de formes oblongues, groupées symétriquement autour de l'axe central. Nous en avons compté trois dans l'*Abies alba* et le *Pinus laricio*, quatre dans l'*Abies canadensis*, cinq dans le *Larix europœa*, six dans le *Cedrus Libani*. Ces vésicules adhèrent faiblement au tissu périspermique qui les enveloppe. Ce sont, à notre avis, pour chaque embryon naissant, des équivalents du sac embryon-

---

» il en résulte que les embryons des Conifères peuvent provenir soit d'une seule cellule, soit » de plusieurs cellules, et même d'un seul funicule.

» L'auteur a observé une ramification semblable dans les funicules du *Cycas circinalis*.

» On connaît depuis longtemps des exemples d'introduction accidentelle de plus d'un em- » bryon dans les graines de plusieurs plantes appartenant à d'autres familles ; mais la plura- » lité constante et l'arrangement régulier des embryons n'ont jusque aujourd'hui été observés » que dans les Cycadées et les Conifères. »

naire; elles contiennent un tissu jaunâtre, très-fin. Ce tissu occupe à lui seul les trois quarts supérieurs de la cavité. Le quatrième quart est rempli par cinq utricules, lesquelles composent ensemble une élégante rosace qui n'est autre chose que le commencement du suspenseur. Puis arrive un moment où toutes les vésicules se crèvent à leur base, et livrent passage aux suspenseurs; ils s'allongent tous concurremment et descendent dans la partie centrale du périsperme creusée d'avance comme pour les recevoir (1).

» On remarque dans leur intérieur des granules en quantité très-variable. Tantôt ces cordons tubulés sont séparés et indépendants les uns des autres, et tantôt ils sont groupés et même collés ensemble au nombre de deux, trois, quatre et plus. Dans les deux cas, les suspenseurs se terminent toujours par un ou plusieurs utricules composant un mamelon et contenant souvent une quantité notable de granules.

» L'utricule terminale engendrée par chaque suspenseur isolé, et les utricules terminales, qui proviennent des suspenseurs réunis, sont, sans nul doute, des embryons naissants : tous avortent, un seul excepté. Mais, chose remarquable, celui-ci, destiné à reproduire le végétal, ne se distingue d'abord par aucun caractère apparent.

» Le jeune embryon nous offre une végétation dont, jusqu'ici, nous n'avons d'exemples que dans certaines Abiétinées, et autres espèces appartenant

---

(1) Nous avons mis nos dessins sous les yeux de M. R. Brown et il a bien voulu nous communiquer les siens. La comparaison nous a fait découvrir quelques différences qui proviennent sans doute de ce que lui et nous, n'avons pas étudié et dessiné les mêmes espèces. Ainsi, nous avons figuré sous une forme ovoïde les vésicules qui, de fait, sont chacune, pour chaque embryon, l'équivalent d'un second sac embryonnaire; et nous avons placé la rosace qui commence le suspenseur, dans la partie inférieure de la vésicule, ainsi qu'elle s'est montrée à nous; tandis que, dans le dessin de M. R. Brown, il nous a semblé que la vésicule était tronquée à sa base, et que la rosace qui commence le cordon ou les cordons funiculaires, selon qu'il y en a un seul ou plusieurs, était placée en dehors et au-dessous de la vésicule.

Ajoutons qu'aucun des embryons que M. R. Brown a observés ne lui a offert rien de semblable aux filets qui partent des radicules croissantes des *Pinus sylvestris* et *laricio*, du *Larix europœa*, du *Thuya occidentalis*, du *Taxus baccata*, et, très-probablement, de plusieurs autres arbres classés parmi les Conifères.

Il n'est pas certain que la fécondation soit indispensable pour la formation des vésicules. Voici sur quel fait nous fondons ce soupçon : de jeunes pieds d'*Abies canadensis*, examinés par nous avec une scrupuleuse attention, nous ont offert des fleurs femelles et point de fleurs mâles, ce qui n'a pas empêché que nous ne trouvassions dans l'intérieur de l'ovule des vésicules très-bien conformées, mais elles ne contenaient point de suspenseurs.

à ce groupe, tels que les *Thuya*, les *Taxus*, etc. De la partie radiculaire de l'embryon naissent des utricules tubulées; elles s'allongent à l'encontre des suspenseurs; mais à mesure que le temps s'écoule, ces utricules s'unissent les unes aux autres, se cloisonnent graduellement, se transforment ainsi en tissu cellulaire, se confondent avec l'embryon, et sont remplacées par d'autres utricules toutes semblables à elles, et qui se comportent comme elles. Ce phénomène dont, jusqu'à ce jour, on ne pourrait citer aucun autre exemple dans les végétaux pourvus de cotylédons, valait la peine d'être étudié profondément. Nous le recommandons à l'attention de M. R. Brown.

» Dans le *Thuya orientalis*, la fleur femelle apparaît vers les premiers jours de mars, et, de même que dans les Abiétinées, elle se compose uniquement d'un ovaire et d'un nucelle; mais cette fleur est dressée, tandis que dans les Abiétinées elle est couchée. L'ovaire est ovoïde; sa partie supérieure est ouverte et découpée en trois petits lobes; au fond de sa cavité est fixé le nucelle, dont le sommet offre une surface un peu déprimée. Remarquons que cette surface est nue avant l'émission du pollen, et que peu après on la trouve couverte de petites boursouflures membraneuses. Vers la fin de mars, le nucelle prend la forme d'un barillet. Les boursouflures qui le surmontent ne semblent pas moins nombreuses que précédemment, et leur persistance, malgré les épreuves auxquelles l'observateur les soumet, ne permet pas de douter qu'elles n'adhèrent au tissu du nucelle. A la même époque le sac embryonnaire, dont nous n'avions encore aperçu nulle trace, se montre au centre du nucelle sous la forme d'un petit globe. A l'aide de fines aiguilles nous parvenons à l'extraire de la cavité qui le recèle. Ce sac renferme un tissu cellulaire naissant qui, peu après, constituera le périsperme. En mai, le nucelle prend la forme d'un œuf, le sac embryonnaire s'amplifie, le périsperme s'épaissit et acquiert plus de consistance. Quatre mois après la floraison, et par conséquent en juillet, une portion très-notable du tissu interne du nucelle est résorbée; alors cet organisme devient un cylindre creux; mais le tissu cellulaire qui circonscrit sa cavité va croissant; d'où il suit que le nucelle, au lieu de disparaître, comme il arrive dans plusieurs Abiétinées, se maintient et même se retrouvera dans le fruit. De son côté le périsperme, toujours enfermé dans le sac embryonnaire, augmente sensiblement en volume, et peu s'en faut qu'il ne remplisse la cavité du nucelle.

» Dans la région supérieure du périsperme apparaît bientôt un organisme qui a la forme d'une poire très-courte, et dont le petit bout regarde la base de l'ovaire. Cet organisme se compose de quarante à cinquante suspenseurs collés ensemble, mais qui bientôt se sépareront plus ou moins les uns des

autres et s'allongeront. Il est surmonté de deux boyaux irréguliers, que l'observateur peut suivre de l'œil sur une coupe longitudinale de la partie haute du nucelle, et dont les extrémités font saillie à son sommet.

» Déjà nous avons attiré l'attention du lecteur sur les petites boursouflures membraneuses qui surmontent l'ovule plus jeune. Seraient-elles un produit du pollen, ou plutôt seraient-elles un développement particulier du sac embryonnaire ou de ses appendices? Entre ces deux hypothèses, nous n'osons faire un choix : c'est qu'il s'agit ici de prononcer sur l'un des points les plus importants et les plus mystérieux de la physiologie végétale. Toutefois, nous pouvons affirmer dès à présent, que les deux boyaux adhèrent par leur extrémité inférieure au groupe des suspenseurs, qu'ils traversent la partie supérieure du sac embryonnaire, qu'ils atteignent la voûte du nucelle, qu'ils s'ouvrent un passage à travers son tissu, et qu'ils font saillie au dehors.

» Nous aurions peine à croire que de telles dispositions organiques n'eussent pas pour résultat d'assurer la fécondation.

» Dans le *Thuya occidentalis* et le *Taxus baccata*, la structure de l'ovule et ses modifications successives offrent plusieurs faits semblables à ceux que nous avons signalés dans les *Pinus laricio* et *sylvestris*, et dans le *Thuya orientalis*. La comparaison des dessins qui sont mis sous les yeux de l'Académie fera mieux saisir les différences que les descriptions les plus soignées, lesquelles, nonobstant cette remarque, seront publiées très-prochainement. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la production des flammes dans les volcans, et sur les conséquences qu'on peut en tirer; par* M. **Bory de Saint-Vincent.**

« En lisant dans le dernier *Compte rendu* de nos séances sur le même sujet un Mémoire de Léopold Pilla, j'ai vu avec la plus vive satisfaction que ce géologue confirmait l'une des observations que je fis autrefois, mais à laquelle j'avoue que je n'attachais pas tout l'intérêt qu'elle me paraît mériter depuis que j'apprends qu'un tel fait « a une telle importance dans la » science de la terre, qu'on ne saurait trop le rappeler à l'attention des » physiciens. »

» M. Pilla observait, nous dit-il, le Vésuve depuis une dizaine d'années. Ce n'est que dans la nuit du 2 juin 1833 qu'il y découvrit des flammes véritables inhérentes aux éruptions.

» Pour distinguer des flammes de cette nature, il faut s'approcher beaucoup des issues par où elles s'échappent, s'établir dans les cratères en éruption, au moins sur leurs bords, et l'on peut courir quelques dangers à

leur voisinage. C'est ce que ne font pas toujours les explorateurs des volcans, lesquels ont trop souvent désigné l'issue des coulées de lave sorties de leurs flancs, et dont ils s'approchèrent plus ou moins, par le nom de *cratère*, dans ce cas tout à fait impropre : de telles issues ne sont pas plus des cratères, exactement parlant, que le goulot ou dégorgeoir d'une bouilloire n'en est l'orifice en ébullition. Là ne sont jamais les flammes inhérentes à la nature des volcans ; je n'y en ai jamais aperçu, quoique m'en étant approché autant que qui que ce puisse être, et je ne sache pas que personne y en ait encore mentionné.

» J'explorais, il y a bien longtemps, avec ardeur, et, je puis en répondre, consciencieusement, un cratère, exactement parlant, bien autrement considérable que ne fut jamais celui du Vésuve. « *Ce cratère*, disais-je dès l'an XIII » de la république (*Voyage en quatre îles des mers d'Afrique*, t. II), *paraissait » avoir été soulevé par suite d'un effort intérieur de la montagne ;... c'était du » bord du soulèvement que jaillissaient les gerbes de feu*, etc. Ce vaste labora- » toire volcanique éprouva depuis beaucoup d'autres *soulèvements* et *affais- » sements* dont j'indiquais dès cette époque la probabilité. M'étant alors « rendu sur le bord même de la grande bouche ardente formée en enton- » noir et par laquelle les explosions avaient lieu, je vis au devant de ces » gerbes un bassin dans lequel retombaient les matières lancées.... Celles-ci » s'en échappaient ensuite, et, par un ruisseau avec ses cascades, arrivaient » à la base du limbe du cratère, où elles disparaissaient dans un gouffre, » perpendiculairement sous nos pieds. Aucune vapeur exhalée de ce tor- » rent de feu ne nous incommoda et ne nous avertit d'abord du danger » de s'en tenir si près.... A droite des gerbes était un trou peu éloigné, » duquel je n'avais d'abord rien vu sortir ; mais, durant l'obscurité, il s'en » échappa de temps en temps, et par accès, *des flammes bleuâtres, sem- » blables à celles de l'esprit-de-vin :* elles étaient poussées avec une cer- » taine violence, comme celles d'une lampe à émailleur, et produisaient » un bruit à peu près analogue. Ces flammes passagères excédaient rare- » ment trois pieds de hauteur ; leur lueur était souvent effacée par l'éclat » des gerbes de matière fondue. Ce sont là les seules flammes que j'aie vues » dans les cratères, *et il y a lieu de croire que les volcans n'en produisent » point d'autres*. Ce que l'on appelle généralement flammes, dans les érup- » tions, ne sont que des vapeurs ardentes, etc., etc. (*Loc. cit.*, p. 247 et 248.) »

» Le spectacle admirable dont il me fut ainsi donné de jouir offrait absolument les mêmes circonstances qu'on vient, environ quarante ans après, de revoir en Italie. Je m'estime d'autant plus heureux qu'à une si grande dis-

tance de temps et de lieux mon observation soit constatée presque textuellement, qu'elle a été, si ma mémoire n'est en défaut, un peu sèchement traitée d'inexacte quelque part, et peut-être volontairement négligée ailleurs. Quoi qu'il en soit, les flammes que j'avais certainement vues et le premier signalées, sans mettre la moindre importance à ce qui devient une découverte aujourd'hui, ne m'empêchèrent pas de m'égayer sur les descriptions emphatiques qu'il était d'usage de faire dans certains livres, où tout est mis en flammes quand il s'agissait d'éruptions, d'incendies souterrains, de bouleversements, de commotions, de révolutions volcaniques, etc., etc. Je concluais « que de véritables flammes ne se font voir que dans les ouvertures » qui sont directement en communication avec les foyers volcaniques, et » jamais sur les courants de lave, même au voisinage de leur source. » J'étais conséquemment de l'avis de notre correspondant, et j'imprimais vers le commencement de 1804, ce qu'on imprime de sa découverte sur la fin de 1843. »

RAPPORTS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de* M. **Laurent**, *qui a pour titre :* Extension du théorème de M. Cauchy relatif à la convergence du développement d'une fonction suivant les puissances ascendantes de la variable x.

(Commissaires, MM. Liouville, Cauchy rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, M. Liouville et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire de M. Laurent relatif à l'extension d'un théorème que l'un de nous a donné dans le Mémoire présenté à l'Académie de Turin le 11 octobre 1831, et dont il a fourni une démonstration nouvelle dans ses *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique.* Le théorème en question peut s'énoncer comme il suit :

» *x désignant une variable réelle ou imaginaire, une fonction réelle ou imaginaire de x sera développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de cette variable, tant que le module de la variable conservera une valeur inférieure à la plus petite de celles pour lesquelles la fonction ou sa dérivée cesse d'être finie et continue.*

» En examinant attentivement la première démonstration de ce théorème, M. Laurent a reconnu, comme il le dit lui-même, que l'analyse employée par l'auteur pouvait conduire à un théorème plus général, relatif au développement d'une fonction en une série ordonnée suivant les puissances entières

positives, nulle et négatives de la variable. Déjà, dans une des séances de l'Académie, le rapporteur avait montré qu'un semblable développement, lorsqu'il peut s'effectuer entre deux limites données du module de la variable, pour des valeurs quelconques de l'argument de cette variable supposée imaginaire, est toujours unique. Le nouveau théorème démontré par M. Laurent s'accorde avec cette proposition, et peut s'énoncer comme il suit :

» *x désignant une variable réelle ou imaginaire, une fonction réelle ou imaginaire de x pourra être représentée par la somme de deux séries convergentes, ordonnées, l'une suivant les puissances entières et ascendantes, l'autre suivant les puissances entières et descendantes de x, tant que le module de x conservera une valeur comprise entre deux limites entre lesquelles la fonction ou sa dérivée ne cesse pas d'être finie et continue.*

» L'équation de laquelle M. Laurent déduit son théorème peut être présentée sous diverses formes, et se trouve comprise, comme cas particulier, dans l'une de celles que renferme le premier volume des *Exercices de Mathématiques*. Il y a plus : le théorème de M. Laurent peut se déduire immédiatement d'une proposition établie dans la troisième livraison des *Exercices d'Analyse*, etc., et dont voici l'énoncé :

» *Si une fonction et sa dérivée restent continues, pour un module de la variable renfermé entre deux limites données, la valeur moyenne de la fonction, correspondante à un module compris entre ces limites, sera indépendante de ce module.*

» Comme l'a observé M. Laurent, la formule de laquelle se déduit son théorème permet d'effectuer la séparation des racines d'une équation algébrique sans recourir à l'équation aux carrés des différences. Cette observation s'accorde avec les conclusions auxquelles le rapporteur est parvenu dans le XIXe cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, et plus anciennement dans un Mémoire sur la résolution des équations par les intégrales définies, présenté à l'Académie des Sciences le 22 novembre 1819, Mémoire dont un extrait a été inséré dans l'*Analyse des travaux de l'Académie.*

» L'extension donnée par M. Laurent au théorème sur la convergence des séries, ou plutôt le nouveau théorème qu'il a établi à ce sujet, nous paraît digne de remarque. Ce théorème peut être utilement employé dans des recherches de haute analyse. Nous pensons, en conséquence, que le Mémoire, adressé par M. Laurent à l'Académie, est très-digne d'être approuvé par elle et inséré dans le *Recueil des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

Le rapporteur a joint à ce Rapport la Note suivante, qui indique la manière la plus simple d'arriver au théorème de M. Laurent, en partant des principes établis dans les *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur le développement des fonctions en séries convergentes ordonnées suivant les puissances entières des variables; par* M. **Augustin Cauchy.**

« Soit

$$x = re^{p\sqrt{-1}}$$

une variable imaginaire dont r représente le module, et p l'argument. Soit de plus $\varpi(x)$ une fonction de cette variable qui reste finie et continue, par rapport à r et à p, entre deux limites données du module r, savoir, depuis la limite $r = r_0$ jusqu'à la limite $r = \mathrm{R}$. La fonction $\Pi(r)$ de r, déterminée par l'équation

$$\Pi(r) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \varpi(x)\,dp,$$

sera ce que nous appelons la *valeur moyenne* de la fonction $\varpi(x)$; et comme cette valeur moyenne restera invariable depuis $r = r_0$ jusqu'à $r = \mathrm{R}$ (voir la 9e livraison des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*), on aura

$$(1) \qquad \Pi(\mathrm{R}) = \Pi(r_0).$$

Si, le module r_0 étant nul, $\varpi(x)$ s'évanouit avec x, $\Pi(r_0)$ s'évanouira aussi, et la formule (1) donnera simplement

$$(2) \qquad \Pi(\mathrm{R}) = 0.$$

» Posons maintenant

$$y = r_0 e^{p\sqrt{-1}}, \quad z = \mathrm{R}e^{p\sqrt{-1}},$$

et

$$\varpi(z) = z\,\frac{\mathrm{f}(z) - \mathrm{f}(x)}{z - x},$$

$\mathrm{f}(x)$ désignant une fonction de x qui reste finie et continue, depuis la limite $r = r_0$ jusqu'à la limite $r = \mathrm{R}$. Alors, en observant que le module r de

x est renfermé entre les modules r_0, R des variables y, z, et qu'on a par suite, non-seulement

$$(3)\qquad \frac{y}{y-x} = -\frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} - \ldots, \qquad \frac{z}{z-x} = 1 + \frac{x}{z} + \frac{x^2}{z^2} + \ldots,$$

mais encore

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{y\,dp}{y-x} = 0, \qquad \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{z\,dp}{z-x} = 1,$$

on trouvera

$$\Pi(r_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{y\,f(y)}{y-x}\,dp, \qquad \Pi(R) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{z\,f(z)}{z-x}\,dp - f(x).$$

Donc l'équation (2) donnera

$$(4)\qquad f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{z\,f(z)}{z-x}\,dp,$$

et l'équation (1) donnera

$$(5)\qquad f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{z\,f(z)}{z-x}\,dp - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{y\,f(y)}{y-x}\,dp.$$

Or, comme, en vertu des formules (3), les intégrales comprises dans les valeurs de $\Pi(r_0)$ et de $\Pi(R)$ sont, ainsi que les fonctions renfermées sous le signe $\int$, développables, la première en une série convergente ordonnée suivant les puissances entières et négatives de la variable x, la seconde en une série convergente, ordonnée suivant les puissances entières, nulle et négatives de la même variable; l'équation (4) entraînera évidemment comme conséquence le théorème que j'ai donné sur les convergences des séries qui proviennent du développement des fonctions, et l'équation (5), le théorème de M. Laurent.

» L'équation de laquelle M. Laurent a déduit son théorème est la suivante :

$$(6)\qquad \left\{ \begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{z\,f(z)}{z-x} + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x\,f(y)}{x-y} \\ &\quad - \frac{1}{2\pi(R-r_0)}\int_{r_0}^{R}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dp\,dr, \end{aligned} \right.$$

et semble au premier abord différer de la formule (5). Mais, comme dans notre hypothèse, c'est-à-dire lorsque $f(x)$ reste fonction continue de x, depuis la limite $r = r_0$ jusqu'à la limite $r = R$, on a, pour une valeur de r com-

prise entre ces limites,

$$\Pi(r) = \Pi(r_0),$$

ou ce qui revient au même,

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dp = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(y)\,dp,$$

et par suite

$$\frac{1}{2\pi(R - r_0)}\int_{r_0}^{R}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dp\,dr = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(y)\,dp,$$

il en résulte que la formule (6) peut être réduite à l'équation (5).

» Nous avons ici supposé que la fonction $f(x)$ restait finie et continue depuis la limite du module r représentée par r_0, jusqu'à la limite de r représentée par R. Les formules (4), (5) et (6) deviendraient généralement inexactes dans la supposition contraire, et même dans le cas où la fonction $f(x)$, demeurant finie et continue pour des valeurs de r comprises entre les limites r_0, R, deviendrait infinie ou discontinue pour $r = r_0$, ou pour $r = R$. »

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur le calcul de la résistance et de la flexion des pièces solides à simple ou à double courbure, en prenant simultanément en considération les divers efforts auxquels elles peuvent être soumises dans tous les sens; par* M. Barré de Saint-Venant. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Poncelet, Piobert, Lamé.)

§ Ier. — *Exposition.*

« 1. C'est en exprimant l'équilibre des forces extérieures qui agissent sur une pièce solide, avec les forces intérieures qui s'exercent à travers une de ses sections transversales, que l'on parvient à déterminer la grandeur des dilatations et contractions éprouvées par ses diverses parties; ce qui permet, d'une part, d'établir les conditions de sa résistance aux efforts donnés, et, de l'autre, de calculer si l'on en a besoin les déplacements de ses points et les changements de forme qui en résultent.

» Mais on sait que l'équilibre de forces dans l'espace s'exprime en général par six équations, trois de composantes et trois de moments; et, cependant,

la théorie actuelle de la résistance des solides, telles que l'ont constituée les utiles et si importants travaux de Navier, ne pose jamais que deux équations.

» Est-ce parce que cette théorie se borne toujours à des cas où les quatre autres équations n'existent pas? Non, car non-seulement elle n'embrasse point, par exemple, le cas des courbes à double courbure, le cas où une pièce est à la fois fléchie et tordue, etc., mais encore elle passe sous silence, dans les cas qu'elle traite, plusieurs de leurs circonstances essentielles.

» De plus, cette théorie suppose que les sections planes restent planes, et que les fibres dans lesquelles on conçoit la pièce divisée se comportent comme si elles étaient isolées ou sans action les unes sur les autres. Or des recherches récentes, basées sur les travaux mêmes de Navier, et dont les expériences de MM. Savart et Cagniard de Latour ont confirmé les résultats, ne permettent plus d'admettre dans plusieurs cas ces deux hypothèses.

» On a fait un autre reproche à la théorie actuelle, c'est sa complication, au moins apparente, car elle donne toujours le calcul des déplacements des points avant les conditions de non-rupture; ce calcul est cependant inutile dans la plupart des cas, et l'on peut établir plus simplement les équations de résistance qui sont ce qu'il y a de plus essentiel pour la pratique.

» Enfin, cette théorie ne donne pas de méthode générale pour déterminer les réactions de points fixes, ainsi que les actions mutuelles inconnues des diverses pièces d'un même système, d'où il suit que Navier, tout en résolvant d'une manière satisfaisante beaucoup de cas qui ne l'avaient pas encore été, est revenu, pour beaucoup d'autres, à ces décompositions d'efforts, purement hypothétiques, dont on s'était contenté jusqu'à lui.

» Je cherche, dans mon Mémoire, à combler ces lacunes, à réparer ces inexactitudes et à faire disparaître toute complication inutile. Je fais entrer dans le calcul les effets de glissement latéral dus à ces composantes transversales dont l'omission a été l'objet principal d'une sorte d'accusation portée par M. Vicat contre toute la théorie de la résistance des solides. Je montre comment, à l'aide d'une seconde équation de moments transversaux, on résout très-simplement ce cas général signalé par M. Persy, où l'équilibre posé comme à l'ordinaire ne saurait exister, et où la flexion de la pièce se fait nécessairement dans une autre direction que celle où elle est sollicitée à fléchir. J'étends les calculs de résistance aux cas de flexion et torsion simultanées qui doivent s'offrir souvent si l'on considère qu'une pièce tordue ne l'est presque jamais par ce qu'on appelle un couple. Je tiens compte de ce que les sections planes deviennent gauches, de ce qu'elles s'inclinent un peu sur la fibre centrale, et de ce que les fibres exercent les unes sur les autres une

action qui n'est pas tout à fait à négliger. Je donne des équations différentielles nouvelles pour les petits déplacements des points des pièces courbes à double courbure, et les intégrales, d'une forme très-simple, que j'ai tirées de ces trois équations simultanées du troisième ordre à coefficients non constants.

» Je donne aussi des exemples d'application pratique de la plupart des formules nouvelles, enfin une méthode générale de détermination des réactions et actions mutuelles qui ne peuvent être déduites des forces données par les équations ordinaires de la statique : je pense que si l'on se donne la peine de poser et de résoudre toutes les équations, nombreuses il est vrai, mais toutes du premier degré, auxquelles conduit cette méthode pour chaque cas, l'expression des conditions de résistance dans les systèmes quelconques de charpente offrira un jour aussi peu d'indétermination et d'arbitraire que celles qui sont relatives aux ponts suspendus (*).

§ II. — *Équations d'équilibre des forces intérieures et extérieures.*

» 2. J'appelle *dilatation,* dans le sens d'une petite droite matérielle à l'intérieur d'un corps, la proportion de l'allongement (positif ou négatif) que cette droite a éprouvé par suite des déplacements des molécules; et *glissement,* sur une petite face plane matérielle, l'inclinaison qu'a prise sur cette face une droite qui lui était primitivement perpendiculaire : le mouvement de la face contribue au glissement comme celui de la droite.

» Soient ω l'une des sections faites transversalement à une pièce solide, et normalement à l'*axe* droit ou courbe qui unit leurs centres de gravité;

» u et v les coordonnées du centre m de l'élément $d\omega$ par rapport aux deux axes principaux d'inertie de la section passant par le centre de gravité M;

» r la distance Mm;

» ∂ la dilatation longitudinale éprouvée par une *fibre,* ou par une portion prismatique du corps, presque parallèle à l'axe, ayant $d\omega$ pour base, et se terminant à une deuxième section très-voisine ω';

» g le glissement sur la section ω au point m;

» g', g'' ce même glissement estimé parallèlement aux deux axes principaux des u et des v;

(*) Une partie des formules et des méthodes de ce Mémoire a été donnée, en 1837 et 1838, aux élèves de l'École des Ponts et Chaussées, dans le cours de Mécanique appliquée que j'y ai fait par intérim sur la proposition de M. Coriolis.

» ∂_0, g_0, g'_0, g''_0 les valeurs de ces quantités pour $u = 0$, $v = 0$;

» $\mu = \int v^2 d\omega$, $\mu' = \int u^2 d\omega$ les moments d'inertie de la section ω autour de l'axe des u et de l'axe des v.

» Malgré la petite inclinaison des fibres sur les deux sections, il est facile de voir qu'en négligeant les quantités très-petites d'ordre supérieur ainsi que la petite influence de la courbure des sections *sur la longueur des fibres* (*voyez* plus loin), l'expression de cette longueur entre les deux sections sera du premier degré en u et v, après comme avant les déplacements, et il en sera de même de la dilatation; on a donc pour celle-ci une expression :

(1)
$$\partial = \partial_0 + au + bv.$$

» Le *glissement* au point m proviendra : 1° de ce que la section ω' aura tourné d'un petit angle devant la section ω : si θ est le quotient de ce petit angle par la distance des deux sections, θr sera l'inclinaison acquise sur l'axe de la pièce par l'ancienne normale à la section ω au point m, ce qui donne des projections θv, $-\theta u$ sur deux plans perpendiculaires à ω, et passant par les axes des u et des v; 2° de ce que l'axe lui-même s'est incliné, sur la section, d'un petit angle g_0, dont les projections sur les mêmes plans ont été appelées g'_0, g''_0; 3° enfin de ce que cette face est devenue gauche. Il est facile de voir par quelques exemples que si w est la très-petite distance d'un point de cette face à son plan tangent central, sa forme doit être du genre de celle que représente l'équation $w = \gamma . uv$ (à peu près une double aile de moulin à vent), et c'est ce qui résulte aussi d'une analyse de M. Cauchy ; en sorte que la quote-part du gauchissement dans le glissement estimé suivant les sens des u et des v, peut être représentée approximativement par $-\gamma v$, $-\gamma u$.

» Donc
$$g' = g'_0 + \theta v - \gamma v, \quad g'' = g''_0 - \theta u - \gamma u.$$

Mais le *gauchissement* γ et la torsion θ ne sont pas indépendants l'un de l'autre. M. Cauchy a trouvé pour une section rectangle, et j'ai trouvé également, en appliquant son analyse à une section d'une autre forme,

$$\gamma = \theta . \frac{\mu - \mu'}{\mu + \mu'},$$

d'où

(2)
$$g' = g'_0 + \frac{2\mu'}{\mu + \mu'}\theta v, \quad g'' = g''_0 - \frac{2\mu}{\mu + \mu'}\theta u.$$

» **3.** Soient maintenant :

» P_l la somme des composantes, parallèles à la tangente à l'axe de la pièce au point M, de toutes les forces qui agissent depuis ce point jusqu'à une des extrémités de la pièce;

» P_u, P_v les mêmes composantes dans les sens des axes principaux Mu, Mv de la section;

» M_l, M_u, M_v les sommes des moments des mêmes forces autour des trois mêmes lignes rectangulaires;

» E le coefficient par lequel il faut multiplier la dilatation d'un prisme isolé, d'un mètre carré de base, pour avoir la force qui en est capable;

» G le coefficient du même genre, relatif aux glissements;

» π_u, π_v les pressions latérales que peut éprouver, sur ses deux faces perpendiculaires aux u et aux v, et par unité superficielle, la fibre qu'on a considérée. J'écarte le cas rare (comme celui d'un frottement considérable exercé sur les côtés de la pièce) où ces pressions ne seraient pas perpendiculaires aux fibres.

» La force capable de produire la dilatation de la fibre serait... $E d\omega(\partial_0 + au + bv)$ sans les pressions π_u, π_v; mais on sait que ces deux forces engendrent chacune une dilatation longitudinale égale au quart de la contraction latérale dont elles sont capables (on se borne, dans cet extrait, au cas d'une élasticité égale en tous sens); donc la force longitudinale n'est que

$$(3) \qquad [E(\partial_0 + au + bv) - \tfrac{1}{4}(\pi_u + \pi_v)]\, d\omega.$$

Nous l'écrirons, en supposant approximativement que π_u, π_v sont des fonctions du premier degré de u et v,

$$(4) \qquad E(\partial'_0 + a'u + b'v).$$

On aura les forces intérieures transversales en multipliant les expressions (2) par $G d\omega$.

» Prenons donc les sommes de composantes et de moments des forces intérieures par rapport aux mêmes axes que les forces extérieures, nous aurons pour l'équilibre, eu égard à $\int u d\omega = 0$, $\int v d\omega = 0$, $\int uv d\omega = 0$,

$$(5) \qquad \begin{cases} P_l = E\omega\partial'_0, \quad P_u = G\omega g'_0, \quad P_v = G\omega g''_0, \\ M_u = E\mu b', \quad M_v = E\mu' a', \quad M_l = G.\dfrac{2\mu.2\mu'}{\mu + \mu'}\,\theta. \end{cases}$$

§ III. — *Condition de résistance à la rupture ou à l'altération de l'élasticité.*

» **4.** On tire des formules (2), (3), (4), (5) :

$$(6)\qquad \partial = \frac{P_l}{E\omega} + \frac{M_u}{E\mu}v + \frac{M_v}{E\mu'}u + \frac{1}{4}\frac{\pi_u + \pi_v}{E},$$

$$(7)\qquad g' = \frac{P_u}{G\omega} + \frac{M_l}{2G\mu}v, \quad g'' = \frac{P_v}{G\omega} - \frac{M_l}{2G\mu'}u; \quad \text{et l'on a } g = \sqrt{g'^2 + g''^2}.$$

» Soient donc $\frac{R_0}{E}$, $\frac{\Gamma_0}{G}$ la plus grande dilatation et le plus grand glissement transversal auxquels on puisse soumettre sans danger un prisme de même matière (o désigne que les forces R_0, Γ_0 ne doivent altérer en rien l'élasticité, même à la longue); on aura pour les équations de résistance :

» 1°. Si P_u, P_v, M_l sont nuls, c'est-à-dire s'il n'y a que des dilatations (ou des *flexions* proprement dites, provenant de dilatations inégales des fibres),

$$(8)\qquad R_0 \underset{\text{ou}}{\overset{=}{>}} \text{maximum numérique de } \frac{P_l}{\omega} + \frac{M_u}{\frac{1}{v}\mu} + \frac{M_v}{\frac{1}{u}\mu'} + \frac{1}{4}(\pi_u + \pi_v);$$

» 2°. Si P_l, M_u, M_v, π_u, π_v sont nuls, c'est-à-dire s'il n'y a que des glissements (ou des torsions),

$$(9)\qquad \Gamma_0 \underset{\text{ou}}{\overset{=}{>}} \text{maximum numérique de } \left(\frac{P_u}{\omega} + \frac{M_l}{2\cdot\frac{1}{v}\mu}\right)^2 + \left(\frac{P_v}{\omega} - \frac{M_l}{2\cdot\frac{1}{u}\mu'}\right)^2.$$

» **5.** Mais s'il y a en même temps des dilatations et des glissements, ces formules ne peuvent plus servir; tout glissement produit, dans des directions obliques déterminées, des écartements et rapprochements moléculaires, et c'est pour cela qu'il peut devenir dangereux. Ses effets concourent donc avec ceux des dilatations.

» Or il est facile de prouver que si ∂_g représente la dilatation qui a lieu dans la direction du glissement g, au point m que nous avons considéré, on aura, dans une direction faisant avec la fibre un angle φ tel que $\tang 2\varphi = \frac{g}{\partial - \partial_g}$, une dilatation

$$(10)\qquad \frac{1}{2}(\partial + \partial_g) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\partial - \partial_g)^2 + g^2},$$

et que cette dilatation (positive ou négative) est la plus grande qui ait lieu autour du point m.

» C'est l'expression (10) dont il faut égaler le maximum à $\frac{R_o}{E}$ pour avoir l'équation de résistance applicable à tous les cas. Bornons-nous, dans cet extrait, au cas où π_u, π_v sont négligeables, on aura, comme l'on sait, $\partial_g = -\frac{1}{4}\partial$, et l'équation (10) deviendra (*)

$$\frac{3}{8}\partial \pm \frac{5}{8}\sqrt{\partial^2 + \left(\frac{4}{5}g\right)^2}. \tag{11}$$

» Donc on a, eu égard à ce que, comme l'on sait aussi, $G = \frac{2}{5}E$,

$$\left\{\begin{array}{l} R_o \underset{\text{ou}}{\overset{=}{>}} \text{maxim. num. de } \frac{3}{8}\left(\frac{P_l}{\omega} + \frac{M_u}{\frac{1}{v}\mu} + \frac{M_v}{\frac{1}{u}\mu'}\right) \\ \qquad \pm \frac{5}{8}\sqrt{\left(\frac{P_l}{\omega} + \frac{M_u}{\frac{1}{v}\mu} + \frac{M_v}{\frac{1}{u}\mu'}\right)^2 + \left(2\frac{P_u}{\omega} + \frac{M_l}{\frac{1}{v}\mu}\right)^2 + \left(2\frac{P_v}{\omega} - \frac{M_l}{\frac{1}{u}\mu'}\right)^2}. \end{array}\right. \tag{12}$$

» **6.** Cette expression redonne l'équation (9) lorsque P_l, M_u, M_v sont nuls et que l'on admet $\Gamma_o = \frac{4}{5}R_o$.

» Observons aussi qu'elle est plus simple et plus symétrique que si l'on se fût tenu, en ce qui regarde la torsion, à la théorie ordinaire qui néglige le *gauchissement*.

» Elle se simplifie davantage dans les cas les plus ordinaires où les termes en P_l, P_u, P_v sont négligeables; mais elle acquiert un degré de simplicité remarquable quand alors la section devient un cercle, un carré ou une de ces étoiles à quatre pointes dont on fait fréquemment usage pour les pièces de fonte. Alors $\mu = \mu'$, et si M_d est le plus grand des deux moments autour des diagonales ou plus grands diamètres $2r'$ de la section, on a

$$R_o = \text{maxim. num. } \frac{1}{\frac{1}{r'}\mu}\left(\frac{3}{8}M_d \pm \frac{5}{8}\sqrt{M_d^2 + M_l^2}\right); \tag{13}$$

(*) J'ai trouvé cette formule en 1837; M. Poncelet l'a donnée à son cours de Mécanique industrielle de la Faculté, et a insisté sur la nécessité de prendre en considération ce qu'elle introduit. Il a bien voulu me citer dans ses feuilles inédites.

et la quantité du second membre se réduit à $\frac{1}{\frac{1}{4}\pi r'^2}\left(\frac{3}{8}M_a \pm \frac{5}{8}M\right)$ pour un cercle, M étant le moment *total* des forces.

» Ou je me trompe fort, ou la simplicité de ces formules de résistance pour les cas de flexion et torsion simultanées confirme la vérité des principes qui ont servi à les poser.

» En supprimant *ou* $>$ et *maximum numérique* de ces formules, elles deviennent autant d'équations dites d'*égale résistance*.

§ IV. — *Application à quelques exemples. Différences avec les résultats de l'ancienne théorie.*

» 7. *Pièce rectangulaire sollicitée perpendiculairement à son axe, mais obliquement aux côtés de sa base.* — Soient b, c les deux côtés de la base, a la longueur de la pièce encastrée par un bout, P la force qui la sollicite à l'autre bout, φ l'angle de cette force et du côté c; on a (formule 6)

$$R_o = \frac{6aP}{b^2c^2}(b\cos\varphi + c\sin\varphi),$$

formule plus simple que celle $\frac{6aP}{bc}\cdot\frac{b\sin\varphi + c\cos\varphi}{b^2\sin^2\varphi + c^2\cos^2\varphi}$ de l'ancienne théorie, où l'on ne prend qu'un seul moment autour d'une droite oblique, en omettant l'autre moment des forces intérieures.

» Si l'angle φ est demi-droit, le rapport des valeurs de P tirées de l'ancienne et de la nouvelle formule sera de 1,08 quand $c = 1,5b$, de 1,25 quand $c = 2b$, de 1,67 quand $c = 3b$; d'où il suit que la formule ancienne peut donner aux constructeurs une fausse sécurité, en les induisant à charger la pièce de poids beaucoup plus forts que ceux qu'elle peut supporter.

» 8. *Pièce rectangulaire d'une petite longueur encastrée par un bout et sollicitée perpendiculairement à l'autre bout.* — Alors P_u n'est pas à négliger, et l'on trouve

$$R_o = \frac{6aP}{bc^2}\left[\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\sqrt{1 + \left(\frac{c}{3a}\right)^2}\right].$$

Tout ce dont la quantité entre crochets du second membre excède l'unité représente la part d'influence de cette composante transversale qui tend à trancher les fibres, et que l'ancienne théorie négligeait. Cet excès, pour $c = a$, $2a$, $3a$, $4a$, est successivement $3\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$, 26, 42 p. 100.

» 9. *Même pièce, le poids* P *étant distribué uniformément sur sa surface*

supérieure. — Je la prends comme exemple de l'influence de la pression latérale aux fibres (n° **4**). Alors

$$\frac{\pi_u}{4} = \frac{P}{4ab},$$

et

$$R_0 = \frac{6\frac{a}{2}P}{bc^2}\left[\frac{3}{8}\left(1 + \frac{1}{12}\frac{c^2}{a^2}\right) + \frac{5}{8}\sqrt{\left(1 + \frac{1}{12}\frac{c^2}{a^2}\right)^2 + \frac{1}{9}\frac{c^2}{a^2}}\right].$$

» L'influence est bien plus grande que celle du glissement transversal, car la quantité entre crochets excède l'unité, pour $c = a$, de $11\frac{1}{2}$ pour 100, et pour $c = 2a$, de 43 pour 100.

» Même, dans le cas du numéro précédent, il doit y avoir une pression latérale, difficile à évaluer exactement, mais dont l'influence doit bien égaler celle du glissement.

» **10.** *Solides d'égale résistance.* — La prise en considération des glissements sert à faire disparaître de la théorie de ces solides un paradoxe auquel conduisent les formules ordinaires : elles donnent, comme l'on sait, *une épaisseur nulle sur les points d'appui.* Les miennes ne font pas tomber sur un pareil résultat, qui tenait à ce qu'on négligeait la *composante transversale* P_v.

» **11.** *Pièce rectangulaire, à la fois fléchie et tordue.* — Supposons que le poids P de la pièce du n° **7** agisse par l'intermédiaire d'un bras de levier horizontal d'une longueur h, on aura :

$$R_0 = \frac{6aP}{b^2c^2}(b\cos\varphi + c\sin\varphi)^2\left[\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\sqrt{1 + \frac{h^2}{a^2}\cdot\frac{b^2+c^2}{(b\cos\varphi + c\sin\varphi)^2}}\right].$$

» Soit $\varphi = 0$; la quantité entre crochets excédera l'unité

Pour $c = b$, $h = \frac{1}{2}a$, de 0,14 Pour $c = 2b$, $h = \frac{1}{2}a$, de 0,31 ;
$h = a$, de 0,46 $h = a$, de 0,91.

C'est la proportion de l'influence de la torsion, que les nouvelles formules apprennent à estimer.

» **12.** *Arbre tournant, à section circulaire ou carrée, fléchi et tordu sous l'action de deux engrenages ou de deux courroies.* — La formule très-simple (13) sert à ce cas.

» **13.** *Demi-cercle horizontal encastré à un bout et sollicité à l'autre par un poids.* — La rupture ne tend pas à se faire au point d'encastrement comme pour les pièces droites, mais aux 0,226 de la longueur, et la résis-

tance est $1^{\text{fois}},408$ celle d'une pièce droite d'une longueur égale au diamètre.

» **14.** *Ressort en hélice vertical, tiré ou pressé par un poids* P. — Soient a le rayon du cylindre de l'axe, r le rayon du ressort à section circulaire, φ l'angle constant de l'axe avec l'horizon, la formule complète donne

$$R_0 = \frac{4P}{\pi r^3}\left[\frac{3}{8}\left(a+\frac{r}{4}\right)\sin\varphi + \frac{5}{8}\sqrt{\left(a+\frac{r}{4}\right)^2\sin^2\varphi + \left(a+\frac{r}{2}\right)\cos^2\varphi}\right].$$

On voit clairement, dans cette formule, les influences séparées de la dilatation ou contraction longitudinale du fil, de sa flexion, du glissement latéral de ses parties et de sa torsion.

» Je pense qu'elle servirait très-utilement, au moyen d'expériences sur les pièces en hélice, à déterminer la grandeur des quantités R_0, sur lesquelles on n'a, jusqu'à présent, que des données vagues.

§ V. — *Détermination des déplacements des points des pièces solides ou des changements de forme qu'elles éprouvent.*

» **15.** Soients, avec les notations des n^{os} **2** et **3**,

x, y, z les coordonnées du point M de l'axe de la pièce; ds l'élément de cet axe; ρ son rayon de courbure; e l'angle que fait, sur la section ω, le prolongement de ce rayon avec l'axe principal des v; $\frac{ds}{\tau}$ l'angle des deux plans osculateurs voisins;	avant les déplacements.

δ la caractéristique des variations par déplacement

$$\xi = \delta x,\quad \eta = \delta y,\quad \zeta = \delta z,\quad \varepsilon = \delta e,$$
$$X = dy\,d^2z - dz\,d^2y,\quad Y = dz\,d^2x - dx\,d^2z,\quad Z = dx\,d^2y - dy\,d^2x.$$

» J'ai trouvé (je me borne, dans cet extrait, au cas où π_u et π_v sont négligeables):

$$\partial = \frac{\delta ds}{ds} + (u\sin e + v\cos e)\frac{1}{ds}\frac{\delta ds}{\rho} + (u\cos e - v\sin e)\frac{\varepsilon}{\rho} + u\frac{dg'_0}{ds} + v\frac{dg''_0}{ds} - uv\frac{d\gamma}{ds},$$
$$\gamma = \frac{d\varepsilon}{ds} + \frac{1}{ds}\delta\frac{ds}{\tau}.$$

Le dernier terme de ∂ est l'influence du *gauchissement* sur la *dilatation*. Il ne donnera que des composantes nulles, et des moments ordinairement nuls et toujours petits, ce qui motive pourquoi nous l'avons négligé au n° **2** et le

négligeons encore. Les équations (5) deviennent

$$(14)\quad \begin{cases} \dfrac{M_u}{E\mu} = \dfrac{\cos e}{ds}.\,\delta\dfrac{ds}{\rho} - \sin e\dfrac{\varepsilon}{\rho} + \dfrac{dg''_0}{ds}, \quad \dfrac{M_v}{E\mu'} = \dfrac{\sin e}{ds}.\,\delta\dfrac{ds}{\rho} + \cos e\dfrac{\varepsilon}{\rho} + \dfrac{dg'_0}{ds}, \\ \dfrac{P_l}{E\omega} = \dfrac{\delta\, ds}{ds}, \quad \dfrac{M_l}{G\,\dfrac{4\mu\mu'}{\mu+\mu'}} = \dfrac{d\varepsilon}{ds} + \dfrac{1}{ds}\,\delta\dfrac{ds}{\tau}; \quad g'_0 = \dfrac{P_u}{G\omega}, \quad g''_0 = \dfrac{P_v}{G\omega}. \end{cases}$$

» On en tire, en éliminant g'_0, g''_0, ε,

$$(15)\qquad \frac{\delta ds}{ds} = D, \quad \frac{1}{ds}\,\delta\frac{ds}{\rho} = F, \quad \delta\frac{1}{\tau} = T.$$

D, F, T étant des polynômes que je me dispense d'écrire, et où tout est connu, si ξ, η, ζ sont assez petits pour ne pas influer sensiblement sur les composantes et les bras de levier des forces (*).

» Les premiers membres étant développés, en différentiant par δ les expressions connues de ds, $\frac{ds}{\rho}$ et $\frac{ds}{\tau}$ en x, y, z, et remplaçant δx, δy, δz par ξ, η, ζ, on aura entre ces déplacements trois équations différentielles du premier, du deuxième et du troisième ordre, que je n'écris pas, car elles contiennent un grand nombre de termes. Qu'il me suffise de dire que j'ai pu les intégrer; ce qui m'a donné

$$(16)\quad \begin{cases} d\xi = D\,dx - dy\displaystyle\int\left(T dz + \frac{\rho Z}{ds^2}F\right) + dz\int\left(T dy + \frac{\rho Y}{ds^2}F\right), \\ d\eta = D\,dy - dz\displaystyle\int\left(T dx + \frac{\rho X}{ds^2}F\right) + dx\int\left(T dz + \frac{\rho Z}{ds^2}F\right), \\ d\zeta = D\,dz - dx\displaystyle\int\left(T dy + \frac{\rho Y}{ds^2}F\right) + dy\int\left(T dx + \frac{\rho X}{ds^2}F\right). \end{cases}$$

» **17.** On peut s'étonner de voir, dans mes équations, une certaine quantité toute nouvelle ε, dont personne n'a encore tenu compte, et qui s'y trouve en quelque sorte sur le même pied que les angles de contingence et d'osculation plane $\frac{ds}{\rho}$ et $\frac{ds}{\tau}$. Un exemple montrera facilement, je pense, que ce *déplacement angulaire du rayon de courbure sur la section* devait entrer nécessairement dans notre analyse.

(*) Dans le cas contraire, on aurait les mêmes équations différentielles; mais les seconds membres contiendraient ξ, η, ζ, et il n'y aurait de plus que la difficulté de l'intégration.

» Qu'on se figure une verge élastique à double courbure serrée de toutes parts dans un canal fixe et rigide, mais où on puisse la faire tourner sur elle-même, car on suppose sa section circulaire ainsi que celle du canal. Dans ce mouvement, les fibres les plus longues se seront forcément raccourcies, les plus courtes se seront allongées, et il y aura eu aussi des torsions si les rotations imprimées à toutes les sections n'ont pas été les mêmes : l'élasticité de la pièce aura résisté énergiquement, dans tous les cas, à de pareils déplacements de ses points.

» Cependant, ni les rayons de courbure, ni les plans osculateurs de l'axe n'auront changé en aucune manière.

» Donc, les résistances dites à la flexion et à la torsion ne dépendent pas uniquement du changement des angles de contingence, et de ces angles que forment les plans osculateurs entre eux : elles dépendent, au même degré, *d'autre chose*, savoir, du genre de déplacement qui a eu lieu dans l'exemple cité ; or c'est précisément, sur chaque section, ce déplacement angulaire que j'ai appelé ε.

» On voit donc que l'on chercherait vainement la solution du problème des changements de forme des pièces élastiques à double courbure en se bornant à considérer les points de leur axe. Il faut s'inquiéter aussi de ce qui se passe hors de l'axe. Cette observation explique, ce me semble, une erreur de Lagrange que Poisson n'a pas évitée (*Mécan.*, 2e éd., nos 317, 318), quoiqu'elle eût été signalée par M. Binet dès 1814.

§ VI. — *Conditions aux limites. Méthode générale pour arriver à la détermination des réactions et actions mutuelles inconnues, dans un système quelconque de pièces solides.*

» Cette méthode consiste à chercher les déplacements des points des pièces, en laissant sous forme indéterminée les grandeurs, les bras de levier et les directions des forces dont nous parlons. Une fois les déplacements exprimés en fonctions de ces quantités cherchées, on pose les conditions définies qu'ils doivent remplir aux points d'appui ou d'encastrement, ou aux jonctions des diverses pièces, ou aux points de raccordement des diverses parties dans lesquelles il faut diviser une même pièce parce que les déplacements y sont exprimés par des équations différentes. De cette manière, on arrive à avoir autant d'équations que d'inconnues, car il n'y a, dans les questions de mécanique physique, évidemment aucune indétermination.

» Mais ces forces inconnues sont quelquefois en nombre indéfini : telles sont les réactions des parois des encastrements, ou les actions mutuelles de pièces qui se touchent sur une portion de leur surface ; telles sont encore les

actions d'autres parties d'une même pièce qu'il faut quelquefois traiter ainsi, par exemple dans le cas singulier de la flexion d'un anneau ou d'un ressort dynamométrique fermé. Comment faire entrer toutes ces petites forces dans le calcul? J'ai donné pour cela, en 1837, un moyen qui n'a rien d'arbitraire et qui m'a toujours réussi. Soient p_x, p_y, p_z les composantes, parallèles aux axes, d'une de ces petites forces, a, b, c les coordonnées de son point d'application; son moment autour d'une droite parallèle aux x menée par le point de l'axe de la pièce dont les coordonnées sont x, y, z, sera $(b-y)\,p_x - (c-z)\,p_y$. Mais on n'a besoin que des sommes de moments et de composantes parallèles aux trois coordonnées; soient donc A_x, A_y, A_z ces dernières sommes, on aura pour celles de moments :

$$B_x + A_y z - A_z y,\quad B_y + A_z x - A_x z,\quad B_z + A_x y - A_y x;$$

d'où il suit que tout ce qu'il est nécessaire de savoir sur ces forces, quel qu'en soit le nombre, s'exprimera pour chaque partie des pièces par six indéterminées au plus.

» La division des pièces en plusieurs parties dispense tout à fait de se servir de ces formules transcendantes de discontinuité dont Poisson a fait usage (*Mécan.*, n° 324). Il faudra seulement raccorder les axes des parties d'une même pièce par une tangente commune, ou plutôt par les petits angles $g' = \frac{P_u}{G\omega}$, $g'' = \frac{P_v}{G\omega}$ que produira le glissement. Il faudra aussi, dans les pièces à double courbure, donner, aux limites, la valeur convenable au déplacement angulaire

$$\varepsilon = \rho\left(\frac{M_u}{E\mu} - \frac{d}{ds}\cdot\frac{P_v}{G\omega}\right)\sin e - \rho\left(\frac{M_v}{E\mu'} - \frac{d}{ds}\cdot\frac{P_u}{G\omega}\right)\cos e.$$

On posera, tantôt que ce déplacement est nul, ce qui convient aux extrémités libres, tantôt qu'il est tel que les axes principaux de la section sont restés immobiles, ce qui est le cas des encastrements, et ainsi des autres. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ASTRONOMIE. — *Tables abrégées pour le calcul des équinoxes et des solstices; par* M. C.-L. LARGETEAU.

(Commissaires, MM. Mathieu, Liouville.)

« Les recherches chronologiques exigent très-souvent la connaissance de

l'époque à laquelle ont eu lieu des phases cardinales de l'année solaire, c'est-à-dire des équinoxes et des solstices, qu'il suffit d'avoir avec certitude à quelques minutes de temps près. Mais pour les déduire des Tables solaires avec ce degré d'approximation, il faut faire un calcul aussi complet que pour une détermination astronomique, ce qui, outre l'habitude pratique des Tables qu'un tel calcul exige, entraîne un travail superflu. Le désir de simplifier ces recherches approximatives m'a engagé à faire, pour les Tables du Soleil, une abréviation du même genre que celle que j'ai faite pour les Tables de la Lune; la forme seule en est et devait être différente. Ici, avec un calcul arithmétique très-court, on obtiendra toujours l'époque d'un équinoxe ou d'un solstice, à quelques minutes près, pour telle année julienne que l'on voudra assigner dans les limites de 40 siècles avant et 20 siècles après l'ère chrétienne. Et ces approximations ne seront pas inutiles même aux astronomes, car les dates qu'elles leur fourniront ainsi en quelques instants abrégeront notablement le calcul complet qu'ils devront faire s'ils ont besoin d'obtenir avec une rigueur astronomique les mêmes déterminations.

» Mes Tables étant surtout destinées à la supputation des temps anciens, j'ai exprimé les dates qui servent d'arguments en années de la période julienne à laquelle on a l'habitude de comparer les divers calendriers, et dont l'étendue dépasse les plus anciennes époques historiques. L'origine des années de cette période julienne coïncide, dans toute l'étendue de mes Tables, avec celle des années du calendrier julien; en sorte que si l'on veut se servir de mes Tables pour calculer un solstice ou un équinoxe postérieur au 4 octobre 1582, il faudra, après avoir obtenu le résultat donné par les Tables, ajouter à ce résultat le nombre de jours exprimant la différence entre les dates julienne et grégorienne. »

BOTANIQUE. — *Mémoire sur la végétation considérée sous le point de vue chimique; par* MM. **F.-C. Calvert** *et* **E. Ferrand**. (Extrait par les auteurs.)

(Commissaires, MM. Ad. Brongniart, Dumas, Boussingault.)

« Nous nous sommes proposé de rechercher par l'analyse chimique les changements qu'éprouve dans les végétaux mêmes la composition de l'air qu'on y trouve, et selon les organes, et selon les circonstances dans lesquelles se passent les principaux phénomènes de la végétation.

» I. Dans notre premier chapitre, nous discutons d'abord la valeur des expériences faites avant nous pour prouver la décomposition de l'acide car-

bonique par les plantes sous l'influence solaire, et nous établissons comment nous croyons nous être placés dans des conditions plus favorables à cette étude, en ne nous écartant pas des circonstances naturelles, c'est-à-dire en étudiant l'air contenu dans certaines parties du végétal, la plante mère vivant en pleine terre (1).

» II. Dans le second chapitre, nous abordons l'examen chimique de l'air renfermé dans les gousses du *Colutea arborescens*.

» Ces gousses, type de nos recherches sur les fruits, n'étant perméables à l'air extérieur que dans des limites fort restreintes, comme nous le prouvons, nous ont permis de suivre les modifications que subit l'acide carbonique qu'elles contiennent, selon les circonstances d'obscurité, de lumière diffuse ou de soleil, selon les différentes heures du jour, et suivant les diverses périodes de développement dont nous prenons les trois plus sensibles : *gousses jeunes, gousses intermédiaires, gousses vieilles*. Ces fruits, immédiatement après leur récolte, sont crevés sous le mercure dans des cloches préparées à cet effet, et l'humidité du gaz obtenu est séparée de l'acide carbonique à l'aide de l'acide sulfurique, au moyen d'un petit appareil décrit dans notre Mémoire. Après cette première opération, le gaz desséché est transvasé dans des cloches graduées où la potasse caustique en cylindre indique après vingt-quatre heures l'absorption de l'acide carbonique.

» Nous nous sommes arrêtés à l'emploi de l'eudiomètre à hydrogène pour mesurer l'oxygène, en prenant toutes les précautions que comporte ce moyen d'analyse. Dans tous les cas, soit pour doser l'acide carbonique, soit pour déterminer l'oxygène, nous avons toujours tenu compte des corrections nécessitées dans le calcul par suite des variations de température et de pression.

» Nous nous contenterons de donner ici le tableau comparatif des moyennes d'acide carbonique et d'oxygène contenus dans les gousses du *Colutea arborescens*, suivant l'état du ciel et les heures de nos expériences.

---

(1) En effet, comme le confirme notre travail, nous avons été à même de suivre ainsi toutes les phases de l'assimilation du carbone en examinant l'action de la plante sur l'air qu'elle renferme; appréciation qui nous semble bien plus rationnelle que celle que l'on a faite sur l'air ambiant.

Tableau comparatif.

HEURES des expériences.	ÉTAT DU CIEL.	OXYGÈNE pour 100 en volume.	ACIDE CARBONIQUE pour 100 en volume.	ACIDE CARBONIQUE et oxygène réunis.
				GOUSSES INTERMÉDIAIRES.
11h	Nuit.............	20,496	2,746	23,242
7	Matin, sombre.....	20,673	2,618	23,291
12	Midi, sombre......	20,908	2,429	23,337
4	Après-midi, sombre.	20,901	2,432	23,383
7	Matin, soleil......	21,086	1,903	22,989
12	Midi, soleil.......	21,293	1,419	22,712
4	Après-midi, soleil..	21,176	1,438	22,614
			Moyenne.........	23,081
				GOUSSES JEUNES.
11	Nuit.............	20,583	2,639	23,222
7	Matin, sombre.....	20,626	2,605	23,231
12	Midi, sombre......	20,766	2,446	23,012
4	Après-midi, sombre.	20,743	2,475	23,218
7	Matin, soleil......	20,844	1,934	22,778
12	Midi, soleil.......	21,032	1,762	22,794
4	Après-midi, soleil..	21,246	2,0983	23,339
			Moyenne.........	23,085
				GOUSSES VIEILLES.
11	Nuit.............	19,297	2,942	22,239
7	Matin, sombre.....	20,166	2,609	22,775
12	Midi, sombre......	20,626	2,461	23,087
4	Après-midi, sombre.	20,595	2,475	23,070
7	Matin, soleil.......	21,139	2,316	23,455
12	Midi, soleil.......	21,246	2,106	23,342
4	Après-midi, soleil..	20,676	2,107	22,783
			Moyenne.........	22,965

» Réflexions sur ce tableau :

» 1°. Ces résultats numériques démontrent que l'air des gousses est beaucoup plus riche en acide carbonique que l'air atmosphérique.

» 2°. Ils démontrent, d'une manière frappante, que la somme d'acide carbonique est plus forte la nuit que le jour ; et si l'on prend les deux exemples extrêmes, celui de 11 heures de nuit (2,746), et celui du moment où la lumière présente son maximum d'intensité (1,419), on voit que la proportion est deux fois plus forte dans un cas que dans l'autre.

» 3°. Ce tableau, en donnant pour point de départ les exemples de nuit, permet encore de suivre la diminution progressive de l'acide carbonique jusqu'au moment où elle semble s'arrêter. On voit ainsi que la force décomposante de la lumière augmente avec son intensité et la durée de son action, soit que l'on suive les heures d'une même journée, belle ou sombre, soit que l'on compare les résultats donnés par un ciel entièrement brumeux à ceux fournis par un soleil ardent.

» 4°. On remarque en outre que relativement à l'âge des gousses, la réduction de l'acide carbonique est en rapport avec la force de végétation.

» 5°. Comme preuve de la perméabilité très-limitée des feuilles carpellaires du baguenaudier, nous renverrons à la colonne même de l'oxygène, où l'on voit que les proportions de ce gaz augmentent dans le fruit à mesure que l'acide carbonique s'y décompose : les rapports qui existent entre l'acide carbonique disparu et l'oxygène en plus sont précisément tels que cet oxygène d'augmentation peut être regardé comme provenant de l'acide qui, en se décomposant, aurait cédé son carbone à la plante.

» 6°. Nous remarquerons en outre, 1° qu'en réunissant l'oxygène à l'acide carbonique, on obtient pour moyenne 23; 2° que l'acide carbonique déplace toujours de l'azote, quelquefois un peu d'oxygène; mais ce dernier n'existe qu'autant que la proportion de l'acide carbonique est forte, comme l'indique le premier exemple de chaque série.

» Les expériences de Sennebier, de Saussure, et celles de MM. Dumas, Boussingault, Liebig, avaient démontré la fixation du carbone par les végétaux; mais l'on nous saura peut-être gré d'avoir fait connaître par ces résultats le mode d'action qu'exerce la lumière dans cette réduction, qui commence avec le crépuscule et se poursuit dans le jour à la lumière diffuse, ce qui ne s'accorde pas avec ce que l'on pensait de la fixation du carbone, admise seulement dans le cas où la plante était directement frappée par les rayons du soleil.

» III. Le troisième chapitre de notre Mémoire comprend l'examen chi-

mique de l'air renfermé dans les lacunes d'un certain nombre de tiges creuses récoltées en pleine terre, dont nous avons fait immédiatement passer les gaz sous des cloches pleines de mercure. Dans les manipulations nécessaires à ce travail, on a évité avec soin toutes les circonstances qui auraient pu provoquer un mélange de l'air des tiges avec l'air extérieur.

» Les gaz, obtenus et desséchés comme ceux des gousses par l'acide sulfurique, nous ont donné, avec la potasse caustique et les essais eudiométriques, les résultats suivants :

Tableau des quantités d'acide carbonique en volume.

NOMS DES PLANTES.	EXPÉRIENCES DE NUIT. Acide carbonique.	EXPÉRIENCES DE JOUR. Acide carbonique.	AUGMENTATION de l'acide carbonique la nuit.
Heracleum sphondylium ...	.....	1,408	.....
Angelica archangelica......	2,581	1,766	0,815
Ricinus communis	3,078	2,721	0,347
Dahlia variabilis..........	3,133	2,881	0,252
Arundo Donax...........	4,619	4,407	0,212
Leycesteria formosa.......	2,879	2,267	0,612
Sunchus vulgaris..........	.....	2,326	.....

Tableau des quantités d'oxygène en volume.

NOMS DES PLANTES.	EXPÉRIENCES DE NUIT. Oxygène.	EXPÉRIENCES DE JOUR. Oxygène.	AUGMENTATION d'oxygène la nuit.
Heracleum sphondylium...	......	19,653	.....
Angelica archangelica......	20,364	19,784	0,580
Ricinus communis	18,656	16,876	1,780
Dahlia variabilis..........	18,823	18,119	0,704
Arundo Donax...........	18,691	18,193	0,498
Leycesteria formosa.......	19,137	18,703	0,434
Sunchus vulgaris.........	19,774	17,971	1,803

» 1°. Il résulte de ces tableaux que l'air contenu dans les tiges a une composition particulière très-différente de celle de l'air atmosphérique, comme l'indique, indépendamment de l'oxygène, la grande quantité d'acide carbonique, quantité qui augmente avec la force de végétation.

» 2°. Il résulte aussi de cet exposé que la quantité de l'acide carbonique est plus grande la nuit que le jour, mais que la différence est loin d'être aussi sensible que dans le cas des gousses. Ce second fait peut, selon nous, s'expliquer par cette circonstance, savoir, que toute la tige, les caudex descendant, ascendant, et les racines, contribuent à l'absorption, tandis que la diminution n'est produite que par la partie du caudex ascendant dont la surface est exposée à l'action décomposante de la lumière.

» 3°. Nous ferons encore observer que dans les tiges l'oxygène augmente la nuit avec l'acide carbonique, ce qui est le contraire de ce que nous avons signalé pour les gousses.

» IV. L'importance de l'ammoniaque dans la végétation a été mise hors de doute dans ces derniers temps par les savantes recherches de MM. Dumas, Boussingault, Liebig; mais un passage de l'*Essai de Statique chimique des êtres organisés* de M. Dumas ayant jeté du doute dans notre esprit sur ce sujet, nous avons cru qu'il serait intéressant pour la science de constater si l'ammoniaque de l'air contribue directement à la présence de l'azote combiné dans les plantes, et nous pensons avoir démontré ce fait d'une manière certaine, en découvrant l'ammoniaque à l'état de gaz dans l'air que renferment les végétaux. »

Détermination de l'ammoniaque dosée à l'état de chlorure de platine et d'ammoniaque.

QUANTITÉS de gaz employé.	NOMS DES PLANTES.	ÉPOQUE des expériences.	SEL DOUBLE.
550 c.c.	Leycesteria formosa.	Nuit.	0,0080
360	*Id. Id.*	Jour.	0,0150
330	Arundo Donax.	Nuit.	0,0060
370	*Id. Id.*	Jour.	0,0085
1170	Ricinus communis.	Nuit.	0,0100
1160	*Id. Id.*	Jour.	0,0120
940	Phytolacca decandra, avec fruits. . . .	Nuit.	0,0070
1140	*Id. Id.*	Jour.	0,0155
940	Phytolacca decand., avec et sans fleurs.	Jour.	0,0250
1650	Gousses intermédiaires.	Nuit.	0,0970
473	*Id. Id.*	Jour.	0,0050
			0,1890

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Physiologie des Annélides;* Note de M. A. DE QUATREFAGES.

« I. L'étude détaillée de l'Eunice sanguine (la plus grande Annélide de nos côtes), jointe à des observations nombreuses dont les premières ont trois ans de date, m'a conduit à quelques résultats généraux, parmi lesquels je citerai les suivants : 1° *chez les Annélides considérées comme formant une série zoologique partielle, l'organisme se simplifie à mesure que l'on descend vers les derniers termes de la série ;* 2° *les éléments de l'organisation participent à cette simplification;* 3° *cette dégradation progressive est en rapport direct avec la diminution de la taille.* Voici quelques-uns des faits qui viennent à l'appui de ces propositions.

» On sait combien sont développés, chez les premières Annélides, les appareils de la circulation et de la respiration. On sait aussi que ces derniers disparaissent, au moins en apparence, chez un certain nombre d'entre elles. Mais, à mesure qu'on observe les petites espèces, on voit la respiration devenir toute cutanée, l'appareil vasculaire se réduire à un seul tronc dorsal sans rameaux, puis disparaître entièrement.

» L'épiderme de l'Eunice, des Néréides, etc., se compose de deux plans, dont les fibres, parallèles entre elles dans chaque plan, se croisent à angle droit. Ces fibres, excessivement fines, décomposent la lumière de la même manière que la nacre de perle, les plumes de colibri, etc., et produisent ainsi les riches irisations qui parent les grandes Annélides. Mais, à mesure que la taille diminue, ces fibres s'effacent et sont remplacées par une simple pellicule extrêmement mince, et toute irisation disparaît.

» Chez l'Eunice sanguine, les muscles se composent de faisceaux formés eux-mêmes de fibres bien distinctes qu'on peut isoler facilement *après un séjour quelque peu prolongé de l'animal dans l'alcool.* A mesure que la taille diminue, on voit les faisceaux, puis les fibres, devenir de moins en moins distincts, et, vers la fin de la série, il ne reste plus que des plans musculaires à peine striés. Les muscles des pieds, composés, chez l'Eunice, de faisceaux et de fibres, ne forment plus, dans les Annélides microscopiques, qu'un simple cordon entièrement homogène semblable aux muscles des Systolides et des Naïs.

» Les Némertes m'ont fourni des résultats entièrement analogues, et ici le rapport de la dégradation des éléments avec la diminution de taille est d'autant plus incontestable, que chez les plus grandes Némertes l'organisme est aussi simple que chez les plus petites.

» II. On sait que l'eau douce est un poison très-énergique pour le plus grand nombre des animaux marins : les Annélides, en particulier, y vivent à peine quelques minutes. La différence entre l'eau douce et l'eau de mer consistant surtout en ce que cette dernière renferme une forte proportion de chlorure de sodium, il était curieux de rechercher si c'était là réellement l'élément nécessaire à l'entretien de la vie marine. Voici les expériences que j'ai faites à ce sujet, et qui ont porté principalement sur l'Eunice sanguine.

» Trois vases furent préparés. Le premier renfermait de l'eau de pluie dans laquelle j'avais fait dissoudre à peu près moitié autant de sel gris qu'en aurait fourni une quantité égale d'eau de mer. Le second renfermait de l'eau de mer saturée de sel. Le troisième contenait de l'eau de pluie dont la salure était sensiblement égale à celle de l'eau de mer. Les Annélides placées dans le vase n° 1 moururent au bout d'une à deux heures, en présentant les mêmes phénomènes que dans l'eau douce. Dans le vase n° 2 (eau de mer saturée de sel) il y eut d'abord surexcitation vitale manifeste, puis bientôt affaissement, prostration, et enfin mort au bout de six heures. Dans le vase n° 3, qu'on pourrait regarder comme renfermant de l'eau de mer artificielle, non-seulement des Annélides, mais encore divers Rayonnés très-sensibles à l'action de l'eau douce, ne parurent pas souffrir sensiblement et se comportèrent à peu près comme dans leur élément naturel.

» De ces faits je crois pouvoir conclure, 1° que le chlorure de sodium est l'élément nécessaire à la vie des animaux marins; 2° qu'il joue dans leur physiologie un rôle assez semblable à l'action stimulante que l'oxygène exerce sur les animaux qui respirent l'air en nature. Peut-être le sel dont il s'agit est-il en outre chargé, comme l'oxygène, de quelque rôle d'agent chimique; mais, faute d'instruments nécessaires, je n'ai pu m'en assurer.

» M. Beudant avait recherché si certains animaux d'eau douce ne pouvaient point vivre dans l'eau de mer, et réciproquement, si des animaux marins périssaient nécessairement dans l'eau douce. Des expériences analogues ont été faites en Angleterre sur plusieurs espèces de poissons. Toutes ces recherches ont conduit au même résultat, savoir : que certaines espèces marines pouvaient supporter l'eau saumâtre ou salée, et réciproquement. De son côté, M. Dujardin était parvenu à conserver vivantes, dans un même vase, diverses espèces d'Entomostracés, prises les unes dans l'eau douce, les autres dans l'eau de mer. Mais ces expériences, bien qu'analogues aux miennes, entreprises dans un but tout différent, n'ont conduit aucun de ces observateurs, du moins à ce que je crois, à des conclusions semblables à celles qu'on vient de lire. »

(Conformément au désir exprimé par M. de Quatrefages, les dernières communications qu'il a faites à l'Académie sont renvoyées à la Commission déjà nommée. Cette Commission est invitée à faire un Rapport sur l'ensemble de ses travaux.)

M. **Lucien Pelautier** écrit qu'il est parvenu à fabriquer un verre exempt de bulles, stries et irrégularités, susceptible d'être employé avec avantage dans la fabrication des instruments d'optique.

(Commissaires, MM. Arago, Dumas, Gambey.)

CORRESPONDANCE.

M. **Arago** communique une Lettre de M. **Watt** fils, qui offre à l'Académie le buste en marbre de son père. L'Académie accepte ce don avec reconnaissance.

M. **Flourens** présente, au nom de l'auteur, M. **Misco**, un Mémoire *sur la moelle épinière*. (Voir au *Bulletin bibliographique*.)

« Les différents auteurs qui se sont occupé des faisceaux médullaires de la moelle épinière avaient porté leur nombre d'abord à quatre, puis à six, et enfin à huit; M. Misco conclut de ses observations qu'il existe dix de ces

faisceaux, dont quatre sont situés sur la face antérieure, quatre sur la face postérieure et deux sur les faces latérales. Les médians antérieurs, qu'il appelle *faisceaux pyramidaux antérieurs,* sont formés par les pyramides antérieures, ils descendent du bulbe et de la partie interne des éminences olivaires où ils ont leur plus grand diamètre, qui est de 5 millimètres, et se prolongent ensuite dans toute la longueur de la moelle en se rétrécissant au point de n'avoir, vers la fin, que 1 millimètre environ.

» Les faisceaux latéraux sont ceux que les auteurs ont nommés *faisceaux antérieurs.*

» Les faisceaux médians postérieurs sont ceux qui ont reçu le nom de *pyramides postérieures;* ils ont 2 millimètres de diamètre dans leur partie la plus large, et sont éloignés à la partie supérieure du bulbe, au point de laisser entre eux cet espace triangulaire appelé *calamus scriptorius.* Ils se réunissent ensuite pour en former le bec, et forment un renflement ovale : plus loin ils vont en s'amincissant, et finissent par n'avoir que 1 millimètre de diamètre; ils se prolongent ainsi avec les autres faisceaux jusqu'au bulbe lombaire.

» Les *corps restiformes* constituent les faisceaux postérieurs latéraux.

» Enfin, entre les faisceaux latéraux antérieurs et ceux des corps restiformes ou latéraux postérieurs, se trouvent deux autres faisceaux plus gros qui forment les côtés de la moelle, et que M. Misco appelle *faisceaux latéraux propres.* »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Note sur la nouvelle théorie de la Lune présentée à l'Académie des Sciences dans sa séance du* 16 *octobre* 1843; *par* M. G. DE PONTÉCOULANT.

« L'ouvrage que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie contient les expressions analytiques des trois variables qui déterminent à chaque instant le lieu de la Lune dans le ciel. Ces formules, pour pouvoir servir aux astronomes qui s'occupent de perfectionner les Tables lunaires, doivent être réduites en nombres; c'est en effet une opération qui sera exécutée dans la 2e partie du IVe volume de la *Théorie analytique du Système du Monde.* Mais en attendant que des occupations indispensables m'aient permis de reprendre l'impression de cet ouvrage, j'ai pensé qu'il pourrait être utile de faire connaître dès à présent les expressions numériques des inégalités périodiques dont la réduction a déjà été opérée, et de les comparer ensuite aux données fournies par l'observation et aux résultats obtenus par les deux astronomes qui ont poussé le plus loin jusqu'ici les approximations dans la théorie de la Lune.

Expressions numériques de la parallaxe équatoriale et de la longitude vraie de la Lune, d'après les formules développées dans le IV[e] *volume de la* Théorie analytique du Système du Monde.

» En nommant, pour abréger,

v la longitude vraie de la Lune,

u sa longitude moyenne,

ξ la longitude moyenne de la Lune moins celle du Soleil,

φ l'anomalie moyenne de la Lune,

φ' l'anomalie moyenne du Soleil,

η la longitude moyenne de la Lune moins celle du nœud,

on aura :

Pour l'expression de la parallaxe équatoriale,

$$\begin{aligned}
3421'',2 &+ 186'',6 \cos\varphi \\
&+ 10'',2 \cos 2\varphi \\
&+ 0'',6 \cos 3\varphi \\
&- 0'',4 \cos\varphi' \\
&+ 1'',1 \cos(\varphi - \varphi') \\
&- 0'',9 \cos(\varphi + \varphi') \\
&+ 0'',1 \cos(2\varphi - \varphi') \\
&- 0'',1 \cos(2\varphi + \varphi') \\
&- 0'',7 \cos(\varphi - 2\eta) \\
&+ 199'',6 \cos 2\xi \\
&+ 34'',2 \cos(2\xi - \varphi) \\
&+ 3'',1 \cos(2\xi + \varphi) \\
&+ 1'',9 \cos(2\xi - \varphi') \\
&- 0'',3 \cos(2\xi + \varphi') \\
&- 0'',3 \cos(2\xi - 2\varphi) \\
&+ 0'',3 \cos(2\xi + 2\varphi) \\
&+ 1'',4 \cos(2\xi - \varphi - \varphi') \\
&- 0'',4 \cos(2\xi - \varphi + \varphi') \\
&+ 0'',2 \cos(2\xi + \varphi + \varphi') \\
&+ 0'',1 \cos(2\xi - 2\varphi') \\
&- 0'',1 \cos(2\xi - 3\varphi) \\
&- 0'',1 \cos(2\xi - 2\eta) \\
&- 0'',1 \cos(2\xi - \varphi - 2\eta) \\
&- 0'',9 \cos\xi \\
&- 0'',1 \cos(\xi + \varphi) \\
&+ 0'',1 \cos(\xi + \varphi') \\
&+ 0'',2 \cos 4\xi \\
&+ 0'',5 \cos(4\xi - \varphi) \\
&+ 0'',3 \cos(4\xi - 2\varphi);
\end{aligned}$$

et pour l'expression de la longitude vraie ,

$$
\begin{aligned}
v = u & + 22639'',7 \ \sin \varphi \\
& + 769'',53 \ \sin 2\varphi \\
& + 36'',72 \ \sin 3\varphi \\
& + 1'',99 \ \sin 4\varphi \\
& + 0'',12 \ \sin 5\varphi \\
& - 668'',93 \ \sin \varphi' \\
& - 7'',85 \ \sin 2\varphi \\
& - 0'',16 \ \sin 3\varphi \\
& + 147'',60 \ \sin (\varphi - \varphi') \\
& - 109'',93 \ \sin (\varphi + \varphi') \\
& + 9'',00 \ \sin (2\varphi - \varphi') \\
& - 6'',76 \ \sin (2\varphi + \varphi') \\
& + 2'',12 \ \sin (\varphi - 2\varphi') \\
& - 1'',17 \ \sin (\varphi + 2\varphi') \\
& + 0'',07 \ \sin (2\varphi - 2\varphi') \\
& - 0'',07 \ \sin (2\varphi + 2\varphi') \\
& + 0'',36 \ \sin (3\varphi - \varphi') \\
& - 0'',36 \ \sin (3\varphi + \varphi') \\
& - 411'',62 \ \sin 2\eta \\
& + 39'',69 \ \sin (\varphi - 2\eta) \\
& - 45'',08 \ \sin (\varphi + 2\eta) \\
& + 0'',13 \ \sin (\varphi' - 2\eta) \\
& + 0'',64 \ \sin (\varphi' + 2\eta) \\
& - 1'',12 \ \sin (2\varphi - 2\eta) \\
& - 4'',04 \ \sin (2\varphi + 2\eta) \\
& + 0'',16 \ \sin (\varphi - \varphi' - 2\eta) \\
& - 0'',19 \ \sin (\varphi - \varphi' + 2\eta) \\
& - 0'',16 \ \sin (\varphi + \varphi' - 2\eta) \\
& + 0'',19 \ \sin (\varphi + \varphi' + 2\eta) \\
& + 2370'',80 \ \sin 2\xi \\
& + 4586'',44 \ \sin (2\xi - \varphi) \\
& + 192'',16 \ \sin (2\xi + \varphi) \\
& + 165'',44 \ \sin (2\xi - \varphi') \\
& + 25'',00 \ \sin (2\xi + \varphi') \\
& + 211'',29 \ \sin (2\xi - 2\varphi) \\
& + 14'',11 \ \sin (2\xi + 2\varphi) \\
& + 207'',89 \ \sin (2\xi - \varphi - \varphi') \\
& - 27'',89 \ \sin (2\xi - \varphi + \varphi') \\
& + 14'',00 \ \sin (2\xi + \varphi - \varphi') \\
& - 2'',88 \ \sin (2\xi + \varphi + \varphi') \\
& + 7'',79 \ \sin (2\xi - 2\varphi') \\
& + 0'',07 \ \sin (2\xi + 2\varphi')
\end{aligned}
$$

$+ \ 11'',76 \sin(2\xi - 3\varphi)$
$+ \ 0'',90 \sin(2\xi + 3\varphi)$
$+ \ 9'',11 \sin(2\xi - 2\varphi - \varphi')$
$- \ 1'',28 \sin(2\xi - 2\varphi + \varphi')$
$+ \ 0'',60 \sin(2\xi + 2\varphi - \varphi')$
$- \ 0'',09 \sin(2\xi + 2\varphi + \varphi')$
$+ \ 7'',48 \sin(2\xi - \varphi - 2\varphi')$
$- \ 2'',02 \sin(2\xi - \varphi + 2\varphi')$
$+ \ 0'',32 \sin(2\xi + \varphi - 2\varphi')$
$+ \ 0'',61 \sin(2\xi - 4\varphi)$
$+ \ 0'',33 \sin(2\xi - 3\varphi - \varphi')$
$- \ 0'',14 \sin(2\xi - 3\varphi + \varphi')$
$+ \ 0'',13 \sin(2\xi - 2\varphi - 2\varphi')$
$+ \ 55'',11 \sin(2\xi - 2n)$
$- \ 5'',15 \sin(2\xi + 2n)$
$+ \ 0'',49 \sin(2\xi - \varphi - 2n)$
$- \ 9'',22 \sin(2\xi - \varphi + 2n)$
$- \ 6'',07 \sin(2\xi + \varphi - 2n)$
$- \ 0'',62 \sin(2\xi + \varphi + 2n)$
$+ \ 2'',31 \sin(2\xi - \varphi' - 2n)$
$- \ 0'',19 \sin(2\xi - \varphi' + 2n)$
$- \ 1'',46 \sin(2\xi + \varphi' - 2n)$
$+ \ 0'',17 \sin(2\xi - 2\varphi - 2n)$
$- \ 0'',70 \sin(2\xi - 2\varphi + 2n)$
$- \ 0'',52 \sin(2\xi + 2\varphi - 2n)$
$- \ 122'',51 \sin \xi$
$- \ 17'',79 \sin(\xi - \varphi)$
$- \ 8'',37 \sin(\xi + \varphi)$
$- \ 0'',38 \sin(\xi - \varphi')$
$+ \ 17'',39 \sin(\xi + \varphi')$
$- \ 0'',79 \sin(\xi - 2\varphi)$
$- \ 0'',36 \sin(\xi + 2\varphi)$
$+ \ 0'',27 \sin(\xi - \varphi + \varphi')$
$+ \ 0'',08 \sin(\xi + \varphi - \varphi')$
$+ \ 0'',99 \sin(\xi + \varphi + \varphi')$
$+ \ 0'',89 \sin 3\xi$
$- \ 2'',94 \sin(3\xi - \varphi)$
$+ \ 0'',14 \sin(3\xi + \varphi)$
$- \ 0'',64 \sin(3\xi - 2\varphi)$
$+ \ 0'',21 \sin(3\xi - \varphi + \varphi')$
$+ \ 14'',12 \sin 4\xi$
$+ \ 37'',75 \sin(4\xi - \varphi)$
$+ \ 0'',85 \sin(4\xi + \varphi)$
$+ \ 1'',28 \sin(4\xi - \varphi')$

$$
\begin{aligned}
&- \ 0'',23 \sin (4\xi + \varphi') \\
&+ \ 31'',05 \sin (4\xi - 2\varphi) \\
&+ \ 3'',82 \sin (4\xi - \varphi - \varphi') \\
&+ \ 0'',75 \sin (4\xi - \varphi + \varphi') \\
&+ \ 0'',05 \sin (4\xi - 2\eta) \\
&+ \ 0'',43 \sin (4\xi - 3\varphi) \\
&+ \ 1'',19 \sin (4\xi - 2\varphi - \varphi') \\
&- \ 0'',51 \sin (4\xi - 2\varphi + \varphi') \\
&+ \ 0'',11 \sin (4\xi - \varphi - 2\varphi') \\
&+ \ 0'',39 \sin (4\xi - \varphi - 2\eta) \\
&+ \ 0'',42 \sin 4\eta \\
&- \ 0'',14 \sin (\varphi - 4\eta) \\
&+ \ 0'',15 \sin (6\xi - \varphi) \\
&+ \ 0'',26 \sin (6\xi - 2\varphi).
\end{aligned}
$$

Tableau présentant les expressions des principales inégalités du mouvement de la Lune en longitude, déduites de l'observation et calculées par le seul principe de la pesanteur universelle.

» Pour comparer les résultats de l'observation et de la théorie, nous prendrons pour type de ce parallèle l'expression de la longitude vraie de la Lune en fonction de la longitude moyenne telle qu'elle a été conclue des Tables de Burckhardt, et nous regarderons cette expression comme un résultat déduit directement de l'observation; nous placerons au-dessous les expressions correspondantes calculées, 1° par M. Damoiseau dans son Mémoire couronné par l'Académie en 1820 (*); 2° par M. Plana dans son grand ouvrage sur la théorie de la Lune; 3° les valeurs que nous avons obtenues par la conversion en nombres des formules de notre *nouvelle théorie*.

$v = u + 22639'',7 \sin \varphi$	$+ 768'',3 \sin 2\varphi$	$+ 36'',2 \sin 3\varphi$
22641″,6 (**)	769″,5	37″,7
22639″,7	768″,7	36″,9
22639″,7	768″,5	36″,7
$- 673'',3 \sin \varphi'$	$- 7'',3 \sin 2\varphi'$	$+ 147'',5 \sin (\varphi - \varphi')$
668″,6	7″,9	148″,1

(*) *Mémoires de l'Institut, Savants étrangers*, tome Ier.

(**) Ce coefficient est l'une des arbitraires que la théorie emprunte à l'observation; on voit que M. Plana n'a point adopté la valeur qui résulte des Tables de Burchkardt; cette différence pouvant avoir une légère influence sur les coefficients de toutes les autres inégalités lunaires, il faut en tenir compte lorsqu'on compare entre eux les résultats obtenus par ces deux astronomes.

673″,7	7″,3	147″,7
668″,9	7″,9	147″,6
$-$ 109″,9 $\sin(\varphi+\varphi')$	$+$ 9″,1 $\sin(2\varphi-\varphi')$	$-$ 6″,5 $\sin(2\varphi+\varphi')$
111″,1	9″,6	7″,3
109″,3	9″,7	7″,7
109″,9	9″,0	6″,8
$+$ 1″,2 $\sin(\varphi-2\varphi')$	$-$ 1″,2 $\sin(\varphi+2\varphi')$	$-$412″,3 $\sin 2\eta$
2″,1	1″,2	411″,0
2″,5	1″,1	411″,7
2″,1	1″,2	411″,6
$+$ 38″,7 $\sin(\varphi-2\eta)$	$-$ 45″,1 $\sin(\varphi+2\eta)$	$+$ 1″,3 $\sin(\varphi'-2\eta)$
37″,2	45″,2	0″,1
39″,5	45″,1	0″,0
39″,7	45″,1	0″,1
$+$ 1″,3 $\sin(\varphi'-2\eta)$	$-$ 1″,9 $\sin(2\varphi-2\eta)$	$-$ 4″,0 $\sin(2\varphi+2\eta)$
0″,6	1″,1	4″,1
0″,4	1″,3	4″,0
0″,6	1″,1	4″,0
$+$ 2373″,4 $\sin 2\xi$	$+$4587″,0 $\sin(2\xi-\varphi)$	$+$192″,6 $\sin(2\xi+\varphi)$
2370″,3	4585″,6	192″,1
2370″,0	4589″,6	192″,2
2370″,8	4586″,4	192″,2
$+$ 166″,8 $\sin(2\xi-\varphi')$	$-$ 27″,3 $\sin(2\xi+\varphi')$	$+$212″,2 $\sin(2\xi-2\varphi)$
165″,8	23″,6	212″,4
165″,6	24″,8	211″,6
165″,4	24″,9	211″,3
$+$ 14″,7 $\sin(2\xi+2\varphi)$	$+$ 206″,3 $\sin(2\xi-\varphi-\varphi')$	$-$ 27″,6 $\sin(2\xi-\varphi+\varphi')$
14″,1	209″,7	28″,8
14″,7	207″,1	28″,7
14″,1	207″,9	27″,9
$+$ 13″,5 $\sin(2\xi+\varphi-\varphi')$	$-$ 2″,9 $\sin(2\xi+\varphi+\varphi')$	$+$ 7″,8 $\sin(2\xi-2\varphi')$
14″,0	2″,9	7″,8
14″,7	3″,0	7″,9
14″,0	2″,9	7″,8
$+$ 14″,0 $\sin(2\xi-3\varphi)$	$+$ 1″,4 $\sin(2\xi+3\varphi)$	$+$ 9″,1 $\sin(2\xi-2\varphi-\varphi')$
12″,8	3″,3	7″,8
12″,8	1″,3	9″,0
11″,8	0″,9	9″,1

+	2″,4 $\sin(2\xi-2\varphi+\varphi')$	+	7″,2 $\sin(2\xi-\varphi-2\varphi')$	—	1″,0 $\sin(2\xi-\varphi+2\varphi')$
—	1″,4		7″,5		2″,0
+	2″,5		7″,5		2″,6
—	1″,3		7″,5		2″,0
+	1″,1 $\sin(2\xi-4\varphi)$	+	56″,3 $\sin(2\xi-2\eta)$	—	5″,8 $\sin(2\xi+2\eta)$
	0″,9		54″,9		3″,4
	0″,9		54″,8		5″,7
	0″,6		55″,1		5″,1
—	9″,5 $\sin(2\xi-\varphi+2\eta)$	—	5″,6 $\sin(2\xi+\varphi-2\eta)$	+	1″,5 $\sin(2\xi-\varphi'-2\eta)$
	9″,4		6″,1		2″,3
	9″,6		6″,6		2″,9
	9″,2		6″,1		2″,3
—	123″,5 $\sin\xi$	—	18″,2 $\sin(\xi-\varphi)$	—	8″,8 $\sin(\xi+\varphi)$
	122″,1		18″,0		8″,2
	122″,5		17″,2		8″,4
	122″,5		17″,8		8″,4
+	2″,0 $\sin(\xi-\varphi')$	+	13″,9 $\sin(\xi+\varphi')$	—	1″,7 $\sin(\xi-2\varphi)$
—	0″,4		17″,2		0″,8
	0″,5		17″,6		1″,2
	0″,4		17″,4		0″,8
+	2″,7 $\sin 3\xi$	—	2″,1 $\sin(3\xi-\varphi)$	+	16″,1 $\sin 4\xi$
	0″,9		2″,9		14″,4
	0″,0		3″,0		14″,8
	0″,9		2″,9		14″,1
+	38″,6 $\sin(4\xi-\varphi)$	+	2″,3 $\sin(4\xi+\varphi)$	+	2″,0 $\sin(4\xi-\varphi')$
	38″,0		0″,8		1″,2
	38″,6	—	0″,4		0″,8
	37″,7		0″,9		1″,3
+	31″,4 $\sin(4\xi-2\varphi)$	+	4″,1 $\sin(4\xi-\varphi-\varphi')$	+	0″,7 $\sin(4\xi-3\varphi)$
	34″,5		3″,8		0″,5
	31″,2		3″,3		1″,4
	31″,1		3″,8		0″,4.
+	2″,3 $\sin(4\xi-2\varphi-\varphi')$	+	1″,0 $\sin(6\xi-2\varphi)$		
	1″,2		0″,0		
	3″,0		0″,5		
	1″,2		0″,3		

» On voit, par le tableau précédent, que sur 59 des principales inégalités de la Lune en longitude, les résultats de l'observation et de la théorie présentent, dans dix-huit cas seulement, des différences qui surpassent *une* seconde; pour les 41 autres inégalités, la différence ne s'élève qu'à quelques *dixièmes* de seconde. Il serait à désirer que les astronomes pratiques s'oc-

cupassent d'une nouvelle réduction des observations lunaires les plus dignes de confiance; en s'appuyant sur les coefficients des inégalités dont la valeur est maintenant suffisamment connue, on formerait des équations de condition au moyen desquelles on déterminerait les valeurs des coefficients des autres inégalités avec plus de précision qu'elles ne l'ont été jusqu'ici; on pourrait alors reprendre la théorie, pousser les approximations plus loin qu'on ne l'a fait encore pour le petit nombre de cas où cela deviendrait nécessaire et l'on parviendrait sans doute ainsi à établir enfin un accord parfait entre les données de l'observation et les résultats du calcul, accord que d'Alembert regardait comme impossible à réaliser et qui serait, en effet, l'une des plus précieuses conquêtes des géomètres modernes. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur la pression de la vapeur dans le cylindre des machines à vapeur, et sur quelques autres points de la théorie de ces machines; par* M. DE PAMBOUR.

« Des recherches, récemment présentées à l'Académie, ont paru conduire à ces résultats : 1° que, dans les machines à vapeur ayant les orifices de circulation et les vitesses en usage, la pression de la vapeur dans le cylindre ne diffère que d'une quantité fort petite, de la pression dans la chaudière; 2° que l'effet utile des machines à vapeur peut se mesurer, avec toute l'exactitude nécessaire, en calculant cet effet utile d'après la pression dans la chaudière, puis réduisant le résultat dans un rapport indiqué par un coefficient constant. Comme ces conséquences sont opposées aux opinion que j'ai développées plusieurs fois devant l'Académie, je me propose de les examiner dans cette Note.

» 1°. En ce qui concerne la pression dans le cylindre, on sait que dans toute machine parvenue au mouvement uniforme, il y a équilibre entre la puissance et la résistance; et par conséquent, dans une machine à vapeur, il y a équilibre entre la pression de la vapeur *dans le cylindre*, qui est la puissance, et l'intensité de la charge sur le piston, qui est la résistance, ou, pour parler plus généralement, il y a égalité entre la quantité de travail développée par la vapeur dans le cylindre et celle qui est développée par la charge sur le piston. Pour une charge donnée, la pression dans le cylindre est donc fixée à priori. D'autre part, la pression de la vapeur dans la chaudière dépend de plusieurs circonstances, savoir, le poids de la soupape de sûreté, l'aire des passages de la vapeur fixée par le machiniste au moyen de la soupape à gorge, la masse de vapeur produite par minute qui dépend du chauffeur, et enfin la pression dans le cylindre, qui dépend de l'intensité de la charge. Il en résulte que, dans certaines circonstances, la pression de la va-

peur dans le cylindre peut être à peu près égale à celle de la chaudière, et que, dans d'autres, elle peut en différer considérablement, le premier cas se présentant particulièrement quand la charge de la machine est très-forte, c'est-à-dire presque égale au poids de la soupape de sûreté, et le second, quand, au contraire, la charge est très-faible.

» Les résultats annoncés dans le Mémoire dont il est question, établissent, à ce qu'il paraît, la première de ces deux propositions, que j'ai également prouvée moi-même, c'est-à-dire que les deux pressions peuvent ne différer que d'une quantité fort petite. Pour établir la seconde, j'ai donné divers exemples tirés, soit de mes propres expériences, soit de celles d'autres personnes; mais, pour en remettre un souvenir sous les yeux de l'Académie, je me contenterai de copier le tableau suivant, que j'extrais du tome II, page 59, des *Transactions de l'Institution des Ingénieurs civils* de Londres, 1838. Ce tableau est donné par M. Henwood, membre de l'Académie de Glascow, secrétaire de la Société géologique de Cornwall et contrôleur des essais des Mines; et il est accompagné de tous les tracés d'indicateur correspondants, qui sont gravés *Pl. IV*, à la fin du volume. La dernière colonne du tableau y a été ajoutée par moi. Les machines dont il est question travaillaient toutes à l'état *normal*, et elles sont des plus parfaites qui soient connues.

DÉSIGNATION DES MACHINES.	DIAMÈTRE du cylindre.	DIAMÈTRE de la soupape d'admission de la vapeur.	CHARGE d'eau sur le piston.	PRESSION absolue dans la chaudière.	PRESSION absolue maximum, dans le cylindre pendant l'ouverture des passages avant la détente.	RAPPORT des deux pressions.
	po.	po.	liv. par po. car.	liv. par po. car.	liv. p. po. car.	
Mach. de Wilson, à Huel-Towan..	80	8	10.2	61.8	27	0.44
Mach. de Swan, à Binner-Downs.	70	9	10.23	74.78	26	0.35
Même machine..................	70	9	10.23	58	25	0.43
Mach. de Burns, à Binner-Downs.	64	7	10.7	55	30.5	0.55
Mach. de Hudson, à East-Crinnis.	76	10	11.4	36.8	25	0.68
Même machine................	76	10	11.4	26.3	21	0.80
Mach. de Trélawny, à Huel-Vor...	80	9	14.7	47	30.5	0.65
Mach. de Borlase, à Huel-Vor....	80	10	12.1	40	30.5	0.76

» On voit, d'après ce tableau, que dans ces machines, qui sont toutes du même genre, savoir, à haute pression, à détente et à condensation, non-seulement les deux pressions mentionnées ne sont pas égales entre elles, mais leur rapport a varié dans toutes sortes de proportions, entre le nombre 0.35 et le nombre 0.80, qui en est plus que le double; et l'on remarquera même que, deux fois, c'est dans la même machine que ce rapport a varié. Du reste il est évident que, puisque la pression dans le cylindre est fixée par la charge du piston, la même variation de rapport entre la pression du cylindre et celle de la chaudière doit se présenter dans toutes les machines dont la charge varie selon le travail journalier, comme dans les machines employées à l'approvisionnement d'eau et à l'arrosement des villes, qui mettent en jeu un plus grand nombre de pompes, suivant le besoin ou la saison, dans les locomotives, dans les machines fixes qui tirent des trains de wagons sur les chemins de fer, et dont la charge dépend de la quantité des objets à transporter, dans les machines des bateaux à vapeur destinés à naviguer en mer ou en rivière, etc.

» Il est vrai que, dans ces machines, chaque fois que la charge varie, le machiniste ne manque pas de changer l'ouverture de la soupape à gorge, et qu'ainsi la condition que l'auteur s'est posée, que les orifices soient entièrement ouverts, n'est pas remplie. Il est vrai aussi que, dans les machines citées au tableau précédent, l'aire des soupapes est beaucoup plus petite que la limite, que l'auteur s'est fixée, savoir $\frac{1}{25}$ de l'aire du cylindre. Mais ce ne serait pas considérer la question d'une manière générale que de se poser des limites. Il est certain qu'il y a des machines où la soupape d'admission est $\frac{1}{100}$ de l'aire du cylindre, et d'autres où elle est $\frac{1}{10}$; il est certain aussi qu'il y a des machines dont la soupape à gorge ou la soupape régulatrice varient journellement, selon la charge qui leur est imposée, et enfin on en voit qui ont des vitesses beaucoup plus grandes que celles indiquées par l'auteur. Ce serait donc se placer dans l'impossibilité de calculer les effets qui se produisent dans une foule de cas, que de se renfermer dans des limites à cet égard.

» Ainsi, en résumé, les résultats annoncés par l'auteur montrent que les deux pressions mentionnées peuvent être presque égales, et ceux que je viens d'y ajouter montrent qu'elles peuvent être très-inégales. Dès qu'un tel effet peut se produire, il est nécessaire d'y avoir égard. C'est ce que fait la théorie que j'ai exposée, puisqu'elle ne suppose rien, ni sur l'égalité ou la différence des deux pressions, ni sur la grandeur des passages, ni sur la limite des vitesses, tandis que la supposition de l'égalité entre les deux pressions, accompagnée de certaines restrictions, n'est qu'un cas particulier qui

peut ne pas se rencontrer. Donc, cette théorie est générale, tandis que la supposition contraire ne l'est pas.

» 2°. Les résultats annoncés ont également pour but d'établir que, dans les machines à vapeur, l'effet utile peut être déterminé, avec toute l'exactitude nécessaire, en calculant cet effet d'après la pression dans la chaudière, puis appliquant au résultat un coefficient, qui est constant pour une même espèce de machines, mais qui varie d'une espèce à l'autre, depuis 0.60 jusqu'à 0.25. Quand on présente le calcul des coefficients comme une méthode d'approximation, destinée à indiquer la force d'une machine, sur laquelle on n'a pas à établir des calculs importants ou définitifs, et c'est dans ce but que ce mode a été originairement présenté par son auteur, je crois qu'il peut suffire à l'objet qu'on se propose. Mais je crois aussi que ce serait se tromper, et dépasser d'ailleurs l'intention de celui qui a d'abord enseigné cette méthode, que de la regarder comme une méthode exacte; car je viens de montrer que le rapport entre la pression dans le cylindre, qui est la véritable force motrice, et la pression dans la chaudière, peut varier, non-seulement dans les machines d'un même système, mais encore dans la même machine : l'application d'un rapport constant, dans ces cas, ne pourrait donc être exacte.

» En reproduisant le calcul des coefficients, on a rappelé que cette méthode est due à un membre illustre de cette Académie. Il est très-vrai que M. Poncelet, en 1826, c'est-à-dire il y a près de vingt ans, a été le premier à en introduire l'usage. Ayant alors à exposer aux élèves de l'École d'application de Metz, le moyen de calculer les machines à vapeur dont ils allaient faire le levé, et qui ne formaient qu'un objet secondaire dans leurs études, il était tout simple qu'il se contentât de leur indiquer une méthode facile et sommaire. Cela suffisait à l'objet qu'il avait en vue. Mais M. Poncelet a, lui-même, établi trop de théories nouvelles, pour s'étonner que, dans les vingt années qui se sont écoulées depuis l'époque où il a indiqué cette méthode, la science ait pu faire quelques progrès. Du reste, la preuve qu'il n'indiquait les coefficients que comme un moyen provisoire, c'est qu'il avait déjà entrepris, lui-même, de leur substituer un calcul analytique. Ses travaux à ce sujet, qu'il n'a pas publiés, étaient même déjà assez avancés. Il n'y a donc pas à douter que s'il n'avait été détourné de cette étude par tant d'autres belles recherches dont la science a recueilli les fruits, il n'eût depuis longtemps remplacé les coefficients par la vraie théorie de la machine à vapeur.

» 3°. Enfin, il y a encore un autre point, secondaire il est vrai, sur lequel je crois utile de faire quelques remarques. En relevant les courbes

tracées par le crayon de l'indicateur, pendant la détente de la vapeur dans les machines, il a été trouvé que les pressions indiquées par les ordonnées de ces courbes s'approchaient plus de suivre la loi de Mariotte, que celle de Watt, que j'ai cru devoir adopter. Je dois donc expliquer cet effet.

» Il y a très-peu d'expériences sur la quantité de chaleur latente contenue dans la vapeur, au moment de sa formation en présence du liquide, c'est-à-dire au maximum de densité pour sa température, sous différentes tensions. A cet égard, deux lois ont été proposées, sans être tout à fait établies.

» La première est celle de Watt, qui veut que la quantité *totale* de chaleur contenue dans la vapeur, savoir la somme de sa chaleur latente, plus sa température ou chaleur sensible, soit une quantité constante. Si cette loi est exacte, il s'ensuit que, quand la vapeur est formée à une haute pression, sa température est alors très-grande, et sa chaleur latente très-petite, ce qui tient au peu d'écartement des molécules; mais si, après sa formation et séparée du liquide, cette vapeur se dilate, sans recevoir ou perdre de la chaleur par l'action des corps étrangers, elle *baisse de température,* parce qu'il y a de la chaleur qui devient latente; et de plus, puisqu'elle était auparavant au maximum de densité pour sa température, elle y restera encore après, attendu que la chaleur totale qu'elle contient suffit pour la constituer au maximum de densité sous tous les degrés de tension, et, par conséquent, sous sa nouvelle tension aussi bien que sous l'ancienne.

» Une autre loi a été proposée par Southern : elle admet que c'est la chaleur *latente* contenue dans la vapeur qui est constante, et par conséquent, d'après cette loi, si la vapeur séparée du liquide se dilate, sans action des corps étrangers, comme il n'y a aucune portion de sa chaleur sensible qui devienne latente, il s'ensuit que sa température reste la même malgré sa dilatation.

» Entre ces deux lois, j'ai préféré celle de Watt, parce qu'elle suppose que la vapeur, en se dilatant, absorbe de la chaleur ou perd de sa température, ce qui a lieu pour les autres gaz, tandis que la loi de Southern suppose que, malgré sa dilatation, elle n'absorbe pas de chaleur, ce que nous ne voyons pas se produire dans les autres corps de la nature. D'ailleurs la loi de Watt s'est trouvée confirmée, jusqu'à un certain point, par les expériences de M. Sharpe, de Manchester, et par celles de MM. Clément et Desormes, tandis que, jusqu'ici, rien n'est encore venu confirmer celle de Southern.

» Enfin, on peut encore calculer les effets de la dilatation de la vapeur d'a-

près une troisième loi ; c'est celle de Mariotte : mais comme cette loi suppose *à priori* que la température de la vapeur reste *constante*, malgré sa dilatation, elle n'a jamais été regardée que comme applicable approximativement aux effets de la vapeur, et l'on aurait sans doute porté le même jugement sur celle de Southern, si l'on avait fait attention qu'elle suppose la même circonstance. En effet, les deux lois ne diffèrent qu'en ce que celle de Southern admet que la température ne change pas, et celle de Mariotte, qu'elle baisse d'abord, puis se récupère par le contact des corps voisins, supposés plus chauds qu'elle.

» J'ai donc admis la loi de Watt, et, par conséquent, j'ai admis que la vapeur, en se dilatant dans les machines, baisse de température et conserve son maximum de densité, tant qu'elle n'éprouve pas d'action étrangère ; mais il y a une autre circonstance à laquelle il est nécessaire d'avoir égard : c'est celle de l'eau tenue en suspension, et à l'état liquide, dans la vapeur. On sait que cette eau, tenue en suspension dans la vapeur, est très-considérable, et elle a été souvent reconnue égale au quart et même au tiers de l'eau réellement vaporisée. Actuellement, quand la vapeur admise dans le cylindre d'une machine s'y dilate, elle baisse de température, et par conséquent l'eau liquide qu'elle contient se vaporise aussitôt, et la quantité qui s'en vaporise dépend du changement de température de la vapeur. Par exemple, si la vapeur arrive dans le cylindre à la pression de 4 atmosphères ou 145 degrés de température, et qu'elle s'y dilate à la pression de l'atmosphère, ou à la température de 100 degrés, l'eau qu'elle contient baissera aussi à 100 degrés de température ; donc elle dégagera 45 degrés de chaleur. Or, si l'on suppose approximativement que la chaleur absorbée par la vapeur, en se formant, soit de 500 degrés, on voit que chaque abaissement de 1 degré dans la température de l'eau liquide vaporisera $\frac{1}{500}$ de son volume, et par conséquent les 45 degrés supposés plus haut en vaporiseront environ $\frac{1}{10}$. Donc, si l'eau en suspension dans la vapeur était $\frac{1}{4}$ de celle-ci, la vaporisation résultante augmentera la vapeur de $\frac{1}{40}$ de son volume primitif; et comme le vase contenant reste toujours le même, la pression de la vapeur qu'il renferme croîtra d'environ $\frac{1}{40}$ au delà de ce que la loi de Watt aurait indiqué sans cela. Qu'à l'effet dont il est question on ajoute que le cylindre des machines à détente est souvent réchauffé par un courant de vapeur venant de la chaudière, et de plus qu'il est presque inévitable que les soupapes ne permettent, de la chaudière au cylindre, une légère fuite de vapeur, laquelle augmente à mesure que la détente est considérable, et l'on comprendra que la pression de la vapeur,

pendant sa détente, peut non-seulement égaler, mais même dépasser les pressions indiquées par la loi de Mariotte, sans que cependant la loi de Watt ait cessé d'être exacte.

» Les résultats annoncés dans le Mémoire dont il s'agit ne sont donc d'accord avec la loi de Mariotte que parce qu'on a calculé les effets de cette loi sur un même volume d'eau vaporisée, pendant toute la détente, tandis qu'en raison de l'eau liquide en suspension, le volume d'eau vaporisée a varié en réalité à mesure que la détente a eu lieu.

» Du reste, ce que nous savons jusqu'ici tant sur la chaleur constitutive de la vapeur que sur son volume à diverses tensions, est trop incertain pour qu'on puisse rien conclure de définitif à cet égard. On doit attendre, pour cela, le résultat des expériences entreprises par un membre de l'Académie, à qui l'on doit déjà tant d'importants résultats sur la dilatation des gaz; mais il y a ceci d'utile à noter dans les lois dont on se sert en ce moment pour calculer les effets de la vapeur, que, dans les cas les plus ordinaires, la différence entre elles ne produit que des effets à peu près négligeables. »

CHIMIE. — *Action de l'ammoniaque liquide sur plusieurs chromates du groupe magnésien; par* MM. **Malaguti** *et* **Sarzeaux**.

« En faisant agir l'ammoniaque liquide sur les sulfates neutres du groupe magnésien, dont les oxydes sont facilement solubles dans ce réactif, on obtient, comme on sait, des produits qui renferment de l'ammoniaque à deux états différents.

» Jusqu'à présent on n'a pas tenté d'obtenir les chromates correspondants, à cause peut-être de la non-existence des chromates métalliques neutres, sur lesquels on aurait dû opérer.

» Les auteurs ont pensé qu'on pourrait parvenir à ce résultat en agissant sur les chromates basiques : car l'excès de base étant enlevé par l'ammoniaque, on devrait se trouver dans les mêmes conditions que si l'on opérait sur des chromates neutres, sauf la formation d'oxy-ammoniures métalliques.

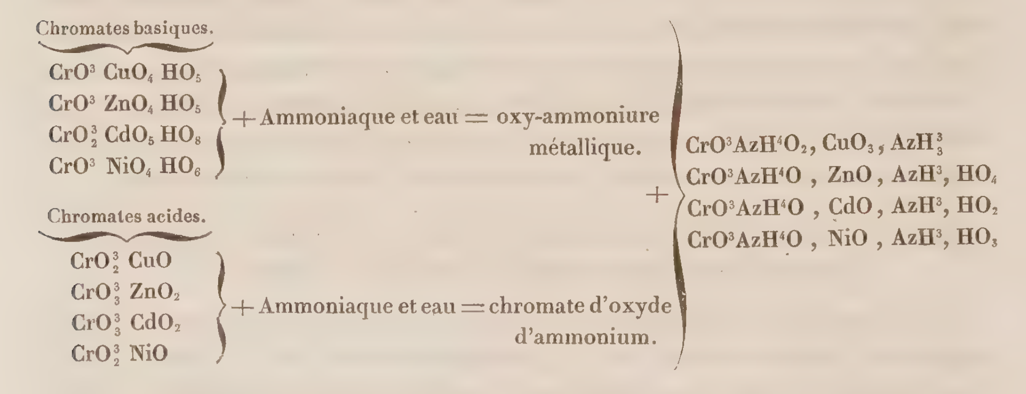
» Le raisonnement des auteurs a été confirmé par l'expérience.

» Quant à l'action de l'ammoniaque sur les chromates acides, les auteurs avaient pensé obtenir des sels doubles; mais, contre leur attente, l'expérience leur a montré que le résultat est le même que si l'on opérait sur des chromates basiques, sauf la formation de chromate d'ammonium, au lieu d'oxy-ammoniure métallique.

» En définitive, les résultats qu'ils ont obtenus peuvent être résumés par la proposition suivante :

« Les chromates acides et basiques de certains oxydes du groupe magné-
» sien, soumis à l'action de l'ammoniaque liquide, donnent des produits ana-
» logues à ceux que l'on obtient par cette même action sur les sulfates neutres
» de ces oxydes, c'est-à-dire un chromate d'oxyde d'ammonium combiné à
» de l'oxyde métallique, à de l'ammoniaque et en général à de l'eau. Les
» produits accessoires sont : de l'oxy-ammoniure métallique, dans le cas des
» chromates basiques, et du chromate d'ammonium ordinaire, dans le cas des
» chromates acides. »

» Cette proposition découle naturellement des résultats consignés en formules dans le tableau suivant:



CHIMIE. — *Note sur la cire de Chine; par* M. B. LEWY.

« Ayant entrepris un travail général sur les différentes espèces de cire, M. Dumas a bien voulu me confier l'examen d'un échantillon de cire de Chine (*Rhus succedaneum*), dû à l'obligeance de M. Stanislas Julien.

» Cette matière, d'origine végétale, n'a pas le même aspect que la cire des abeilles; elle est d'un blanc éclatant, cristallisée, et ressemble, par ses caractères extérieurs, au blanc de baleine.

» Elle fond à 82°,5 centigrades.

» Le produit de sa distillation est blanc; il n'offre pas la même composition que la matière non distillée.

» Elle est très-peu soluble dans l'alcool et l'éther bouillant; mais l'huile de naphte la dissout facilement.

» Traitée par une lessive bouillante de potasse, cette cire se transforme entièrement en savon soluble; elle se combine également avec la baryte.

» Je n'ai pas pu en extraire de glycérine en la traitant par l'oxyde de plomb.

» Deux analyses exécutées sur cette cire, ont fourni les résultats suivants :

» I. $0^{gr},885$ de matière ont donné $1^{gr},047$ d'eau et $2^{gr},616$ d'acide carbonique ;

» II. $0^{gr},449$ de matière ont donné $0^{gr},546$ d'eau et $1^{gr},329$ d'acide carbonique ; ce qui donne, en centièmes :

	I.	II.
Carbone..........	80,60	80,71
Hydrogène.......	13,13	13,49
Oxygène.........	6,27	5,80

» En calculant les nombres précédents d'après la formule $C^{72} H^{72} O^4$ (*), on aurait

C^{72}....	5400,0	80,59
H^{72}....	900,0	13,43
O^4.....	400,0	5,97
	6700,0	99,99

résultat qui s'accorde très-bien avec les analyses.

» Quand on traite la cire de la Chine par la chaux potassée, en chauffant au bain d'alliage, il se dégage de l'hydrogène pur et il se forme un acide qui reste en combinaison avec l'alcali : après avoir extrait cet acide et après l'avoir purifié convenablement, on obtient un acide blanc et très-bien cristallisé. Cet acide fond à 80 degrés centigrades; il m'a donné, à l'analyse, les résultats suivants :

» I. $0^{gr},376$ de matière ont donné $0^{gr},440$ d'eau et $1^{gr},077$ d'acide carbonique ;

» II. $0^{gr},346$ de matière ont donné $0^{gr},412$ d'eau et $0^{gr},996$ d'acide carbonique ; ce qui donne, en centièmes :

	I.	II.
Carbone..........	78,11	78,49
Hydrogène.......	12,99	13,21
Oxygène.........	8,90	8,30

Ces nombres correspondent très-bien à la formule

$$C^{72} H^{72} O^6;$$

(*) $C = 75$, $H = 12,5$.

on a, en effet,

C^{72}....	5400,0	78,26
H^{72}....	900,0	13,04
O^{6}....	600,0	8,69
	6900,0	99,99

» En traitant la cire de Chine par l'acide nitrique, il paraît se former les mêmes produits que ceux qu'on obtient en faisant réagir cet acide sur la cire des abeilles; entre autres produits, il se forme un acide volatil possédant les principaux caractères de l'acide butyrique.

» Le point de fusion élevé de cette cire la rendrait précieuse pour faire des mélanges avec des matières grasses d'un point de fusion trop bas, à qui elle donnerait ainsi la propriété d'entrer dans la fabrication des bougies. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Notice sur le tremblement de terre du* 11 *janvier* 1839, *et recherches sur les rapports de ce phénomène avec l'état météorologique de la Guadeloupe; par* M. F. L'Herminier. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Arago, Becquerel, Élie de Beaumont, Boussingault, Dufrénoy.)

« Après avoir donné l'historique de ce grand phénomène, M. L'Herminier expose, jour par jour, l'état de l'atmosphère à la Guadeloupe pendant le mois de janvier 1839. Il discute ensuite quelques-unes des assertions énoncées par M. Moreau de Jonnès dans une communication faite à l'Académie le 4 mars 1839.

» M. L'Herminier conclut de ses observations, qu'il n'y a aucune proportion à établir entre le nombre des orages mensuels et celui des tremblements de terre, ces derniers s'observant quelquefois dans les mois orageux et manquant souvent dans ceux qui le sont le plus.

» Ce qui résulte de nos observations, dit M. L'Herminier, c'est:

» 1°. Qu'il y a presque autant de variété, d'irrégularité dans la distribution de l'électricité atmosphérique et des tremblements de terre dans nos climats, que dans celle de la chaleur, de l'humidité, des nuages, des vents, et des autres météores lumineux, aériens et aqueux;

» 2°. Que, si les mois de juillet, août, septembre et octobre sont l'époque de la plus grande accumulation de calorique et de vapeurs dans le bassin de la mer des Antilles, et constituent aussi la période pendant laquelle le ton-

nerre se fait entendre le plus souvent, il n'est pourtant aucun des autres mois qui ne puisse donner lieu à l'observation de ce phénomène;

» 3°. Enfin, c'est que la moyenne de 9 ans d'observations faites, tant à la Martinique qu'à la Guadeloupe, par Thibaut-Chauvalon, Hapel-Lachénaie et M. Moreau de Jonnès, donne le nombre de 38 pour celui des jours pendant lesquels le tonnerre gronde ou éclate annuellement aux Antilles; tandis que les observations faites à la Guadeloupe pendant 5 ans par Hapel-Lachénaie, et par moi pendant 3 ans et 3 mois, portent ce chiffre à 39,25 pour les jours à tonnerre, et à 4,5 pour les tremblements de terre. »

CHIRURGIE. — *Note sur un fait relatif à l'histoire du cal; par* M. **Morel-Lavallée.**

M. Morel-Lavallée, en étudiant la formation du cal sur la cuisse d'un jeune homme qui avait succombé aux suites d'une fracture du fémur, a particulièrement porté son attention sur l'état où se trouvait le périoste: deux fragments de l'os étaient compris dans une sorte de manchon périostique. Sous la couche formée par le périoste, dont l'épaisseur et la vascularité étaient augmentées, M. Morel-Lavallée a vu une seconde couche qui lui a paru également distincte de l'os et du périoste, et qui était la portion d'os de nouvelle formation, le véritable cal.

PHYSIOLOGIE. — *Note sur un nouveau fait relatif à l'embryogénie; par* MM. **Jacquart** *et* **Maignien.**

« Le Mémoire lu à l'Académie des Sciences par M. Serres (12 juin 1843), et relatif à la découverte de l'allantoïde chez l'embryon humain, a rappelé l'attention sur une question intéressante d'ovologie, celle de savoir si dans les premières semaines de la gestation, l'embryon humain est situé en dedans ou en dehors de la vésicule amniotique.

» L'étude d'un œuf de quelques semaines, qu'ils ont eu occasion d'observer, a paru aux auteurs pouvoir servir à la solution de cette question.

» L'œuf ayant été placé dans un peu d'eau alcoolisée, fut débarrassé d'abord des débris de la caduque et des caillots de sang qui couvraient les villosités du chorion. Cette dernière membrane devint ainsi libre dans toute sa surface externe; certains points de cette enveloppe étaient entièrement dépourvus de villosités, ce qui nous donna quelque facilité pour les préparations ultérieures. M. Jacquart, à l'aide du procédé d'insufflation, isola premièrement l'endochorion et l'exochorion: ce dernier feuillet se présenta

si ténu et si mince, qu'il nous apparut sous la forme d'un voile nuageux qui se déchira avec la plus grande facilité... Après avoir ouvert largement cet endochorion, nous pénétrons dans sa cavité; nous y voyons, remplie d'un liquide transparent, une vésicule parfaitement arrondie, lisse, qui occupe à peine la dixième partie de la cavité de l'endochorion : cette vésicule tient au chorion par un pédicule étroit en forme de goulot; cette même vésicule amniotique, fixée seulement par ce pédicule, peut être déplacée dans tous les autres sens par les oscillations imprimées au liquide dans lequel l'œuf a été placé. Près de ce pédicule se trouve l'embryon, de la grandeur de 3 millimètres environ : il est libre par son extrémité céphalique, reconnaissable à son renflement arrondi, et il adhère seulement à l'amnios par son extrémité caudale et par la partie inférieure de la face dorsale. Au devant de l'extrémité caudale, existe une vésicule pyriforme rouge d'injection sanguine et continue à l'embryon : ce renflement vésiculaire est masqué à sa partie inférieure par la vésicule amniotique. Au-dessus de cette vésicule, c'est-à-dire plus près de l'extrémité céphalique, est un tubercule arrondi, moins bien circonscrit et moins rouge. *L'embryon est ainsi en dehors de la cavité amniotique, avec laquelle il n'a que l'adhérence précédemment indiquée.* A la distance de 9 millimètres à peu près, se rencontre un petit tubercule pyriforme, dont la pointe est dirigée vers l'embryon, mais dont le pédicule, sans doute rompu dans la préparation, échappe à nos investigations. »

Les auteurs avertissent, en terminant leur Lettre, que le fait qui s'y trouve décrit a déjà été communiqué par eux à MM. Serres et Isid. Geoffroy-Saint-Hilaire.

ANATOMIE. — *Note sur un cas de la dégénération ganglionnaire des nerfs de la moelle épinière; par* M. F. Gunsburg.

« M. Gunsburg rend compte d'un cas de dégénération ganglionnaire du système nerveux, qui lui a paru analogue à celui dont M. Serres a fait part à l'Académie au mois d'août dernier.

» Le malade avait présenté d'abord un rhumatisme général très-intense, avec immobilité de tous les membres. Après quelques jours de traitement la mobilité se rétablit partiellement, mais la difficulté des mouvements subsista dans les extrémités inférieures, et alla en augmentant les semaines suivantes jusqu'à la mort. Pendant les derniers temps de la maladie, à l'immobilité des membres inférieurs se joignit l'incontinence des selles et de l'urine.

» En faisant l'autopsie de ce malade avec immobilité des membres, l'anomalie suivante apparut sur quatre troncs nerveux de la troisième et quatrième paires sacrées des deux côtés de la queue du cheval :

» Les deux nerfs du côté gauche se terminaient, après un cours de 12 centimètres, à une tumeur blanchâtre de la forme d'une poire, longue de 2c.,5, large de 1 centimètre et épaisse, au milieu, de 3 millimètres. Ces deux troncs nerveux ne se prolongeaient pas au delà de la tumeur; celle du côté droit était environ le tiers en grandeur de la précédente.

» Ces tumeurs étaient enveloppées d'une gaîne fibreuse qui paraissait être une prolongation de la dure-mère rachidienne; sous cette gaîne se trouvaient les filets d'une membrane très-fine qui joignait les parties sous-jacentes l'une à l'autre: restait une masse ressemblant au troisième ganglion cervical, composée des troncs mêmes qui étaient comme parsemés et croisés par d'autres fibres d'une teinte légèrement rosée; ces fibres formaient au milieu un seul tronc. Ces deux substances s'unissaient très-intimement vers le cul-de-sac de la tumeur.

» *Analyse microscopique.* — Dans leur cours jusqu'à la tumeur, les nerfs ne présentaient rien d'insolite; mais dès leur entrée dans la tumeur, les fibres primitives étaient séparées par une grande quantité de cellules du diamètre de $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{15}$ de millimètre; ces cellules étaient transparentes, aplaties, contenant un noyau rouge-jaunâtre dont les bords étaient comme dentelés dans certains cas, et dans d'autres, libres et ronds. Ces cellules contenaient des globules de $\frac{1}{100}$ de millimètre de diamètre, au nombre de deux à six dans chaque cellule, et de plus, une grande quantité de petites molécules disséminées autour du noyau.

» Sur plusieurs préparations de la grande tumeur, on observa un fait remarquable: les fibres primitives se séparaient en plusieurs ramifications pour embrasser les rameaux d'une fibre voisine et formaient ainsi un faisceau nerveux surmontant les cellules ganglionnaires.

» L'analyse microscopique des autres nerfs moteurs n'a offert aucune particularité. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Note sur de nouveaux organes appartenant au système chylifère des mésentères; par* M. LACAUCHIE.

« Ces organes n'existent que dans les mésentères; on les trouve aussitôt que commence l'intestin, et on les suit jusque dans le méso-rectum. Dans toute cette étendue, ils sont d'autant plus nombreux qu'ils sont plus rapprochés de l'estomac.

» Ces organes sont de petits corps ellipsoïdes, de plus d'un millimètre de longueur dans le sens de leur grand axe, transparents, parcourus dans leur centre par une ligne blanchâtre visible à l'œil nu; placés entre les deux feuillets du péritoine, ils font, de chaque côté, une saillie appréciable au toucher; on les trouve ordinairement isolés, ou réunis deux à deux. Les rapports du pancréas avec les premières portions du petit intestin et de la grosse glande chylifère dite *pancréas d'aselli*, avec la fin de ce même intestin grêle, ont entraîné certaines relations de position de ces nouveaux organes avec ces glandes, qui sont remarquables : en effet, dans l'un et l'autre cas, ces organes sont placés en grand nombre sous les feuillets serrés qui recouvrent les deux pancréas.

» Examiné au microscope, chacun de ces organes paraît composé de deux parties : l'une périphérique, plus considérable et pleine; l'autre centrale et creuse. La partie pleine, le parenchyme propre, me semble formée de plusieurs couches concentriques (quinze à vingt) d'une disposition très-régulière, et rappelant la texture du cristallin. La cavité de cet organe est un canal qui mesure presque toute sa longueur, arrondi et fermé à une extrémité, et donnant naissance par l'autre à un petit conduit qui quitte le corps pour se porter, par un trajet flexueux, et sans changer de diamètre, vers le vaisseau chylifère voisin, dans lequel j'ai cru plusieurs fois le voir s'ouvrir.

» Quelle est la nature de ces organes? quels sont leurs usages? Élaborent-ils le chyle qui exécuterait, de ses vaisseaux vers eux, un mouvement continuel de va et vient? ou, comme je suis disposé à le penser, produisent-ils une matière particulière qui vient se mêler au chyle pour le modifier? Ce sont là autant de questions dont la solution sera aussi difficile qu'elle est importante.

» J'ai vu ces organes pour la première fois sur le chat; ils sont si gros et si nombreux que je crus d'abord qu'ils étaient une production morbide, ne pouvant admettre qu'ils eussent échappé jusque-là aux recherches des anatomistes; mais en examinant plusieurs chats pris au hasard, j'ai retrouvé ces organes présentant constamment les mêmes caractères de volume, de position, de nombre et de texture. »

PHYSIQUE. — *Réponse à une réclamation faite par* M. Walferdin, *dans la séance du* 23 *octobre* 1843; *par* M. Person.

« Il paraît que la chambre intermédiaire des thermomètres de M. Walferdin n'est pas *jaugée;* on est obligé de faire la graduation à l'aide d'un

étalon, ce qui rend la grande longueur des degrés tout à fait illusoire pour les températures absolues, excepté tout près du point fixe. Mes thermomètres, au contraire, avec leurs longs degrés, sont de véritables thermomètres étalons, où la graduation s'obtient directement et sans qu'on ait besoin de comparaison avec aucun autre instrument. La partie essentielle de la modification que j'ai introduite consiste à mesurer en divisions du tube le réservoir intermédiaire, employé sans jaugeage par Fahrenheit, H. Wollaston et M. Walferdin.

» Après la lecture que j'ai eu l'honneur de faire à l'Académie, j'ai appris de M. Babinet qu'il avait construit des thermomètres étalons à réservoirs intermédiaires jaugés, que la tige avait même plusieurs réservoirs qui se jaugeaient les uns par les autres, et que, du reste, ces instruments marchaient mal, à cause du mercure qui restait quelquefois dans les réservoirs.

» Je ne connaissais pas les essais de M. Babinet, mais je renoncerais sans peine à l'invention des thermomètres étalons à grande marche, si l'on accordait que, le premier, j'ai donné le moyen de les construire avec précision. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Addition à la Note sur l'action du suc gastrique sur les calculs urinaires ; par* M. LEROY D'ÉTIOLLES.

« Pour compléter l'étude de l'action du suc gastrique sur les calculs urinaires, j'ai pensé qu'il serait utile de le placer dans les conditions de son maximum d'énergie et de le mettre en contact avec ces concrétions, non plus dans des vases inertes ou dans des vessies d'animaux, mais dans l'estomac. M. Blondlot s'est empressé de me seconder dans cette expérience : nous avons introduit dans l'estomac de son chien un fragment de calcul d'acide urique *pesant* 95 *centigrammes ; après quarante-huit heures de séjour il pesait* 80 *centigrammes*, par conséquent *il avait perdu* 15 *centigrammes*. L'expérience de M. Dumont, qui a fait avaler à un chien un fragment de pierre urinaire, pouvait faire prévoir ce résultat; toutefois on ne pouvait savoir combien de temps le corps étranger avait séjourné dans l'estomac, peut-être n'avait-il fait que le traverser. Je ferai observer que la légère déperdition éprouvée par le calcul que je place sous les yeux de l'Académie a eu lieu *sans ramollissement, sans disgrégation*, mais par une *sorte d'usure superficielle.* »

CHIRURGIE. — *Note sur les surdités torpides sans boursouflement; inflammations de la muqueuse, guéries par la compression douloureuse des nerfs faciaux, au moyen de l'application des pouces à la région parotidienne; par* M. **Ducros**.

M. Ducros conclut de ses observations,

« 1°. Que la compression des nerfs faciaux est utile dans toutes les surdités torpides qui ne sont pas accompagnées du gonflement inflammatoire de la muqueuse, des trompes d'Eustache, et de l'oreille moyenne;

» 2°. Que dans les surdités torpides, on peut remplacer l'usage de l'ammoniaque par la compression des nerfs faciaux. »

M. **Pouchet** écrit que M. *Bischof*, d'après divers documents qu'il a publiés relativement à ses travaux sur l'*émission spontanée* des œufs dans toute la série des mammifères, semble lui accorder la priorité de cette idée. Mais M. Bischof, tout en accordant à M. Pouchet d'avoir été le premier à l'établir par des arguments tirés de l'analogie, pense encore être le seul qui l'ait démontrée par les faits. M. Pouchet annonce qu'il enverra prochainement à l'Académie des pièces qui établissent ses droits même pour la priorité de cette démonstration par les faits.

MM. **Faure** et **Villaret** annoncent qu'ils se proposent d'explorer certaines parties de l'Amérique du Sud, qui, disent-ils, malgré l'intérêt qu'elles présentent sous le rapport de la science, n'ont pas encore été étudiées d'une manière satisfaisante. Ils demandent à l'Académie des instructions sur les points qui lui paraîtraient devoir fixer principalement leur attention pendant leur excursion scientifique.

M. **Gannal** annonce qu'il est dans l'intention de porter devant les tribunaux le débat qui s'est élevé entre M. Augustin Salleron et lui, relativement à une question de priorité sur un procédé de tannage.

M. **Malbouche** répond à une Lettre de M. Jourdant, et annonce qu'il fournira à la Commission des preuves concluantes de ce qu'il a avancé dans sa Lettre à l'Académie du 24 septembre.

M. **Piorry** adresse un paquet cacheté : l'Académie en accepte le dépôt.

La séance est levée à 5 heures. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1843; n° 17; in-4°.

Annales de la Société entomologique de France; tome XI, 4e trimestre, 1842; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome IX, n° 2; in-8°.

Études forestières considérées sous le rapport de l'amélioration des Bois et des Forêts en France ; par M. PHILIPPAR, avec 8 planches; in-8°.

Traité de Médecine pratique et de Pathologie iatrique ou médicale, Monographies ou Spécialités; tome III. *Angiairopathies; par* M. PIORRY, 1 v. in-8°.

Nouveau Dictionnaire français-allemand et allemand-français ; par M. le docteur SCHUSTER; revu, pour le français, par M. REGNIER. — Français-allemand, 1 vol. in-8°.

Nouveaux Éléments complets de la science et de l'art du Dentiste; par M. DÉSIRABODE et ses fils; 1 vol. in-8°.

Résumé des Observations météorologiques faites à Bordeaux, du 1er mai 1842 au 30 avril 1843; par M. ABRIA. Bordeaux, in-8°.

Locomotion économique à grande vitesse par la vapeur, sur plan de traction en pierres artificielles ; par M. THOMASSIN; broch. in-8°.

Rejet de l'Organisation phrénologique de Gall et de ses successeurs ; par M. LÉLUT. Paris, 1843, in-8°.

Récit du Tremblement de terre de la Guadeloupe du 8 février 1843, présenté à S. A. R. Mgr LE PRINCE DE JOINVILLE, *par* M. DE LA CHARRIÈRE. Basse-Terre, 1843 ; in-4°.

Observations sur le Tremblement de terre éprouvé à la Guadeloupe le 8 février 1843; par M. DEVILLE. Basse-Terre, 1843; in-4°.

Bulletin général de Thérapeutique médicale et chirurgicale; par M. MIQUEL; 15 et 30 octobre 1843 ; in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques et de Pharmacologie; octobre 1843; in-8°.

La Clinique vétérinaire; novembre 1843; in-8°.

Bulletin bibliographique des Sciences médicales et des Sciences qui s'y rapportent; n° 3; juillet, août et septembre 1843; in-8°.

Porter's... *Ancre brevetée de* M. PORTER. Londres, 1843; broch. in-8°.

Report... *Rapport sur les propriétés mécaniques de l'Ancre brevetée de* M. PORTER; *par* M. ALEX. JAMIESON. Londres, 1843; broch. in-8°.

Instituzioni... *Institutions d'Hygiène privée et publique; par* le docteur G. MARINI; Naples, 1840; in-8°.

Memorie... — *Mémoire sur la Moelle épinière de l'homme; par* M. G. MISCO. Palerme, 1842; broch. in-8°.

Rivista... *Revue ligurienne;* 1re année, tome II, fascicule 3, broch. in-8°.

Gazette médicale de Paris; t. IX, n° 43.

Gazette des Hôpitaux; t. V, nos 126 à 128.

L'Expérience; n° 330; in-8°.

L'Écho du Monde savant; 10e année, nos 33 et 34; in-4°.

ERRATA. (Séance du 23 octobre 1843.)

Page 848, ligne 20, *au lieu de* elle perdit, par la distillation,
lisez elle perdit, par la dessiccation.

Page 854, ligne 37, *au lieu de* exactement compris entre deux orifices concentriques,
lisez exactement compris entre deux circonférences concentriques.

Page 872, ligne 9, *au lieu de* $4\pi(\alpha^2 U^3 + 6 U^5 + 2\alpha 6 U^4) = J^2 Q$,
lisez $4\pi(a^2 U^3 + 6^2 U^5 + 2\alpha 6 U^4) = J^2 Q$.